Pázmány Péter Katolikus Egyetem
Bölcsészet- és Társadalomtudományi Kar

D. Hajtman Edit,
Hajtman Béla

Gyakorló példák a pszichológus hallgatók statisztikai tantárgyainak anyagához

egyetemi jegyzet

ISBN 978-963-308-084-9

Budapest, 2013.

GYAKORLÓ PÉLDÁK

a pszichológus hallgatók

statisztikai

tantárgyainak anyagához

Összeállította

D. Hajtman Edit és Hajtman Béla

TARTALOMJEGYZÉK

A NYOMTATÁSBAN KORÁBBAN IS MEGJELENT PÉLDÁK FORRÁSAINAK JEGYZÉKE

Hajtman Béla: FELADATGYŰJTEMÉNY az első éves gyógyszerészhallgatók MATEMATIKA című tantárgyához (SOTE, 1985, évenkénti utánnyomással; új kiadás: Semmelweis Kiadó, 2005)

Hajtman Béla: A biometria alapjai
(SOTE, 1977 – és sorozatos kiadások a következő 25 évben)

Az ezekből származó példáknál a „forrás” megjelölése nem szerepel.

Az alábbi könyvekből átvett példákra a sor elején álló betűjellel és az itt megadott kiadásban érvényes lapszámmal hivatkozunk.

A: Agresti: Categorical Data Analysis
Wiley, 1990

B: Armitage – Berry: Statistical Methods in Medical Research
Blackwell, 1987

C: Snedecor – Cochran: Statistical Methods
Iowa State University Press, 1978

D: Dunn: Basic Statistics – a Primer for the Biomedical Sciences
Wiley, 1977

E: Elston – Johnson: Essentials of Biostatistics
Davis Company, 1987

F: Ferguson: Statistical Analysis on Psychology & Education
McGraw-Hill, 1976

H: Hassard: Understanding Bioststistics
Mosby, 1991

M: McClave – Dietrich : Statistics
Dellen Publishing Company, 1979

O: Ott: An Introduction to Statistical Methods and Data Analysis
Duxbury Press, 1977

P: Hardyck – Petrinovich: Introduction to Statistics for the Behavioral Sciences
Saunders Company, 1969

R: Sokal – Rohlf: Biometry
Freeman and Company, 1969

S: Siegel: Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences
McGraw-Hill, 1956

Bevezetés

Ez a példatár a PPKE pszichológus hallgatóinak *Bevezetés a biostatisztikába* és *Statisztikai módszerek* című tárgyaihoz kapcsolódik. Voltaképpen nem más, mint az említett tárgyakhoz tartozó, mindenki számára kötelező szemináriumok nyomtatott jegyzetként kiadott anyaga. A példák nagy száma persze lehetővé teszi az önálló gyakorlást – ezért haszonnal forgathatják a példatárat azok a „magántanulók” is, akik a statisztika elemeivel, az élettudományokban való alkalmazásával meg akarnak ismerkedni.

A fejezetek sorrendje lehetőség szerint követi az előadások rendjét. A példák nehézsége az egyszerű számolási gyakorlatoktól a valóságos – vagy annak tűnő – problémák önálló megoldásáig terjed. Mivel *gyakorló* példákról van szó, sok az egymáshoz hasonló feladat.

A kötet végén megtalálhatók a feladatok *megoldásai* is. Legtöbbször csak a végeredmény, a példa szövegében feltett kérdésre adott válasz – de előfordul, hogy utalás történik a megoldás módjára, a megfelelő módszer kiválasztására is. Enélkül a „visszajelzés” nélkül egyéni tanulásra alkalmatlan lenne a példatár.

A példamegoldás az anyag jobb megértését és a vizsgára való felkészülést szolgálja. Ebben a legkevésbé lényeges maga a számolás. A statisztika képletei egyébként sem követelnek bonyolult számítási feladatokat, de a számpéldák válogatásánál mindvégig arra törekedtünk, hogy a számolás a lehető legegyszerűbb legyen. A diákok természetesen használhatnak zsebszámológépet; számos példa enélkül nem is oldható meg (gyökvonások, sokjegyű számokkal való osztások stb). Statisztikai feladatokat számolás nélkül nem lehet megoldani. Mégis arra kell törekedni, hogy ezt mindig a legcélszerűbben, minden egyszerűsítési, könnyítési lehetőséget igénybe véve végezzük. Ezáltal nem (egyébként úgyis felesleges) számolási rutint szereznek majd a diákok, hanem logikus gondolkodásuk, problémamegoldó készségük fejlődik. Ezért szerepelnek olyan számok, amelyek szinte felkínálják ezeket az egyszerűsítéseket; az ilyen példák fejben vagy legfeljebb papír és ceruza igénybevételével is megoldhatók.

A példák többféle forrásból származnak. Az összes „gyakorló” példa és a „szöveges” példák nagyobbik része is a két szerző oktatási anyagából való: dolgozatpéldák, szemináriumokon, gyakorlatokon, konzultációkon megoldott feladatok. Persze nem valamennyi példa a néhány éves múltra visszatekintő „pázmányos” pszichológiaoktatáshoz készült. Számszerint a legtöbb – 200-nál is több – példa a második szerző *Feladatgyűjteményé*nek (l. a forrásmunkák jegyzékét a 4. oldalon) utolsó, „biometria” fejezetéből való, szinte szó szerinti átvétel. Ezek a példák a biometria oktatásában – a tárgy bevezetését követő kb. egy évtized során – részt vett 3–4 oktató közös erőfeszítésének eredményeként kerültek a jegyzetbe, és most – forrásmegjelölés nélkül – ebbe az új példatárba. Az egyes példák forrását csak akkor jelöltük meg, ha azokat valamelyik, nyomtatásban megjelent, angol nyelvű statisztika könyvből vettük át. (Főként a II. féléves anyagban gyakoriak az ilyen példák.) A forrásul szolgáló könyvek jegyzéke a 4. oldalon található. Minden könyvet „betűkóddal” láttunk el (ez általában a *második szerző* nevének kezdőbetűje), és evvel a betűvel hivatkozunk rájuk a példák lefordított szövege előtt.

Valószínű, hogy ezeknek a példáknak nagy része valódi problémát ismertet, eredeti – esetleg kissé egyszerűsített – adatokkal. A többi, valódi feladatnak álcázott példa, tehát azok, amelyek jelen példatár szerzőinek, illetve közvetlen kollégáiknak „leleményei”, csaknem mind mesterséges, légből kapott adatokkal. Legtöbbször még a szöveg is olyan, hogy látszik rajta: nem valódi problémát, csak a gyakorlatban gyakran előforduló szituációt ismertet. Hiszen ezek a példák nem arra valók, hogy valódi kérdésekre keressük a választ, netán hogy (uram, bocsáss!) tudományos problémákat oldjunk meg, hanem hogy megmutassuk: milyen jellegűek a tudományos és gyakorlati életben előforduló feladatok, hogyan viszonyulnak egymáshoz a bennük előforduló csoportok, adatok, változók, mikor milyen módszert kell választani a probléma megoldására, és hogyan kell értelmezni a kapott eredményt. *Erre* akar felkészíteni a korábban említett, egymással szorosan összefüggő két statisztikai tantárgy, és ezt segítik a gyakorlásképp megoldott álproblémák is. (Valódi problémák ismertetése, igazi tudományos feladatok újramegoldása könnyen elterelheti a figyelmet az igazi céltól: mire valók az egyes statisztikai módszerek és hogyan kell őket alkalmazni.)

A 105. oldaltól kezdve a példatárban szereplő összes feladat eredménye megtalálható. Néhány példa esetén azonban kiegészítettük ezt az SPSS-program által adott outputtal. Nem árt, ha már most látják, hogy mit kell ezekből felhasználni, mely adatok alapján kell a döntéseket meghozni.

Ehhez a felkészüléshez, a minden élettudományban, de a pszichológiában különösen fontos statisztikai ismeretek elsajátításához kíván segítséget nyújtani ez a jegyzet – és ehhez kívánnak sok sikert

a szerzők

Budapest, 2012. augusztus

Leíró statisztika (L)

L1: A számolás pontossága. A szumma-jel. Eloszlás készítése. Középértékek.

1. Kerekítsük két tizedesre a következő számokat:
   4,2161   3,7242   0,4351   1,215   0,045   4,253   3,548
2. Mérési eredmények a következők: 2,7   3,4   3,2183.
   Adjuk meg az összegüket olyan pontosan, ahogy érdemes!

Számítsák ki a következőket. (Használják a tanult azonosságokat!)

3. $\sum_{i=0}^{5} i^2$
4. $\sum_{n=3}^{8} \frac{n-2}{2}$
5. $\sum_{n=3}^{7} (-1)^n n$
6. $\sum_{i=1}^{100} 3{,}14$
7. $\sum_{i=1}^{3} 3^{i-1}$
8. $\sum_{j=0}^{5} \frac{2j-3}{2}$
9. $\sum_{i=1}^{4} 3i^2$
10. $\sum_{i=1}^{4} (2i-3)^2$
11. $\sum_{j=1}^{5} (j+j^2)$
12. $\sum_{j=2}^{6} \sum_{i=1}^{3} (3i+j)$
13. $\sum_{j=1}^{5} \sum_{i=0}^{4} (ij+1)$
14. $\sum_{i=1}^{n} (x_i - a)$
15. $\sum_{i=1}^{n} (x_i - a)^2$
16. $\sum_{i=1}^{n} (x_i + 2y_i)^2$

17. Egy gyakorisági eloszlásban 13 osztály van; közülük a 6. osztályhoz tartozó gyakoriság 12. Más módon fölírva ugyanezt az eloszlást, ugyanezen a helyen 0,2 áll. Válaszoljunk a következő kérdésekre:
    a) Hogyan nevezzük ezt a „második fajta” gyakoriságot?
    b) Mit fejez ki a 0,2 szám?
    c) Mennyi a vizsgált minta elemszáma?

18. Egy vizsgálat során a vérplazma fehérjekoncentrációjára a következő adatokat kapták, g% egységben:

6,3	5,7	6,3	6,9	5,3	6,3	7,9	6,8	5,1	6,1	7,2	5,7	7,1
6,5	6,7	6,4	5,1	5,8	6,4	5,2	5,8	6,6	6,3	6,4	6,5	5,8
6,4	6,7	5,7	7,0	6,9	5,7	6,5	6,4	8,6	5,8	6,6	5,4	7,0
5,9	7,6	6,3	7,1	7,5	7,9	5,9	6,7	6,6	6,5	6,1		

Ezekből az adatokból gyakorisági eloszlást készítettünk. Adjuk meg, hogy ennek az eloszlásnak relatív gyakoriságok szerinti ábrázolásakor mi lesz annak a pontnak a két koordinátája, amelyik az 5,6–6,2 osztályt képviseli! Rajzoljuk fel a gyakorisági görbét!

19. Készítsük el a következő adatok gyakorisági eloszlását úgy, hogy az első osztály 0–9 legyen. (Az osztályok persze legyenek egyforma szélesek.) Adjuk meg az eloszlás modusát és a minta mediánját is! Rajzoljuk fel a hisztogramot!

41	47	49	57	34	49	22	31	47	37	50	32	19	53	87	31
54	28	54	34	85	41	26	26	26	59	70	80	65	79	27	76
41	91	33	50	64	1	44	37	79	58	16	55	52	34	1	67
56	22	3	80	52	32	91	76	37	18	50	53	19	45	38	47
50	59	89	31	67	54	64	43	84	34	90	52	37	49	50	37

20. Készítsük el a következő adatok gyakorisági eloszlását úgy, hogy az első osztály 0–9 legyen! Adjuk meg a modust és a mediánt is!

46	89	50	56	44	87	19	50	76	9	55	33	76	76	37	81
70	68	28	79	30	40	9	76	43	31	72	41	47	39	55	60
44	97	65	54	29	37	58	28	74	50	31	42	66	90	96	40
26	70	47	44	23	41	66	41	34	52	22	48	48	46	59	66
71	96	34	48	39	27	37	76	46	27	48	37	31	66	89	45

21. Egy gyakorisági eloszlásban az adatok többsége elmosódott. Sikerül pótolni őket a megmaradtak alapján? (Ha igen, tegyük is meg!)

Osztályok	Gyakoriságok	Relatív gyakoriságok
	3	
	14	
5,0 – 5,4	22	
	9	
	2	

Ábrázoljuk ezt a gyakorisági eloszlást! Mekkora az eloszlás modusa?

Határozzuk meg az alábbi négy minta mediánját!

22. 7 2 11 12 7 15 9

23. 8 15 5 3 10 11

24. 12 3 20 25 4 3 30

25. 2 10 20 22 14 9

26. Egy tömegmérés során hat mérést végeztünk. A szórás kiszámításához meghatároztuk öt adatnak az átlagtól való eltérését: 0,2 –0,1 0,3 –0,6 0,4
Mennyi a hatodik mérés értéke, ha a hat mérés átlaga 11,8?

27. Ismerjük a következő mennyiségeket:
$\sum_{i=2}^{4}(x_i-\bar{x})=8{,}6 \qquad \sum_{i=5}^{8}(x_i-\bar{x})=-5{,}4 \qquad n=8 \qquad x_1=0.$
Mennyi a minta átlaga?

28. Ismerjük a következő mennyiségeket:
$\sum_{i=2}^{4}(x_i-\bar{x})=6{,}1 \qquad \sum_{i=5}^{8}(\bar{x}-x_i)=3{,}6 \qquad n=8.$ Mennyi $(x_1-\bar{x})$?

29. Ismerjük a következő mennyiségeket:
$\sum_{i=1}^{4}(\bar{x}-x_i)=2{,}7 \qquad \sum_{i=6}^{8}(x_i-\bar{x})=5{,}1 \qquad n=8.$ Mennyi $(x_5-\bar{x})$?

30. Ismerjük a következő mennyiségeket:
$\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})=6{,}2 \qquad \sum_{i=6}^{7}(\bar{x}-x_i)=2{,}6 \qquad n=8 \qquad x_5=2{,}4 \qquad x_8=0{,}4.$
Mennyi az átlag?

31. Ismerjük a következő mennyiségeket:
$\sum_{i=1}^{3}(x_i-\bar{x})=2{,}8 \qquad \sum_{i=4}^{6}(\bar{x}-x_i)=4{,}2 \qquad \sum_{i=8}^{10}(x_i-\bar{x})=6{,}2 \qquad n=10 \qquad x_7=6{,}8.$
Mennyi az átlag?

32. Egy húsz elemű mintára vonatkozóan ismerjük a következőket:
$\sum_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})=6{,}23 \qquad \sum_{i=8}^{16}(\bar{x}-x_i)=9{,}45 \qquad \sum_{i=18}^{20}(x_i-\bar{x})=2{,}11 \qquad x_{17}=13{,}59.$
Számítsuk ki a minta átlagát!

33. Ismerjük a következő mennyiségeket:
$\sum_{i=1}^{3}(x_i-\bar{x})=4{,}1 \qquad \sum_{i=5}^{6}(\bar{x}-x_i)=6{,}2 \qquad n=6 \qquad \bar{x}=10{,}6 \qquad x_4=?$

34. Ismerjük a következő mennyiségeket:
$\sum_{i=1}^{3}(x_i-\bar{x})=2{,}6 \qquad \sum_{i=5}^{6}(x_i-\bar{x})=-4{,}8 \qquad n=6 \qquad x_4=8{,}3 \qquad \bar{x}=?$

35. Ismerjük a következő mennyiségeket:
$\sum_{i=1}^{3}(\bar{x}-x_i)=-3{,}6 \qquad \sum_{i=4}^{6}(\bar{x}-x_i)=2{,}8 \qquad n=7 \qquad \bar{x}=10{,}4 \qquad x_7=?$

36. $\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})=5{,}8 \qquad \sum_{i=7}^{9}(x_i-\bar{x})=-6{,}4 \qquad n=10 \qquad x_6=3{,}4 \qquad x_{10}=1{,}8.$
Mennyi az átlag?

37. $\sum_{i=1}^{5}(\bar{x}-x_i)=8{,}6 \qquad \sum_{i=7}^{9}(\bar{x}-x_i)=-6{,}4 \qquad n=10 \quad x_6=2{,}3 \quad x_{10}=5{,}4.$
Mennyi az átlag?

38. Lemértük 50 kísérleti állat agyvelejét, és átlagként15,7 g-ot kaptunk. Utólag vettük észre, hogy valamennyi adatunk hibás: benne van az agyvelőt tartalmazó edény tömege is. Megállapítottuk, hogy a használt kis üvegedény tömege 4,32 g. Mennyi tehát az agytömegek pontos átlaga – annyi tizedest tüntetve föl, amennyit megbízhatónak tartunk?

39. Számítsuk ki a 4 10 5 3 adatok súlyozott átlagát, rendre a
4 2 1 3 súlyokkal!

40. Számítsuk ki a 2 0 3 5 adatok súlyozott átlagát, rendre a
4 1,3 2 1/5 súlyokkal!

41. Egy diáknak van egy ötös felelete és ír egy elégtelen dolgozatot. Meglepődve hallja, hogy a tanár szerint pontosan kettesre áll. Milyen súllyal számította a dolgozatot a tanár?

42. Egy mintából súlyozott átlagokat készítünk, különféle súlyokkal. Meg tudnánk-e adni olyan súlyokat, hogy
a) a súlyozott átlag a legnagyobb adat értékével legyen egyenlő,
b) a súlyozott átlag megegyezzék az adatok $\bar{x}$ (közönséges) átlagával?

43. Adataink számát elfelejtettük felírni. Annyit tudunk, hogy a mérések első harmadából számolt átlag 9,6, a másik kétharmad részéből számított átlag 10,2. Mennyi az összes mérések átlaga?

44. Hárman mértek. Az első 10 adatból 3,2-es átlagot, a másik kettő 20, ill. 70 adatból 1,8-as, ill. 2-es átlagot kapott. Mennyi az együttes átlag?

45. Két különböző személy mér valamilyen adatot. Az egyik 20 adatának átlaga 18,4, a másik 30 adatának átlaga 20,3. Mennyi az együttes átlag?

46. Kétszer határozták meg egy oldat koncentrációját. Az első esetben (négy mérés átlagaként) 0,20 mol/l, a második esetben (tizenhat mérést átlagolva) 0,30 mol/l adódott. Az elvégzett 20 mérés alapján mit mondhatunk: mennyi az átlagkoncentráció?

47. Számítsuk ki az 1 1/2 1/3 számok harmonikus közepét!

48. Számítsuk ki az 5/2 2/5 10 számok harmonikus közepét!

49. Számítsuk ki a 3/4 3/8 3/5 3 számok harmonikus közepét!

50. Számoljunk harmonikus középértéket a következő adatokból:
$x_1=\frac{1}{6} \quad x_2=\frac{1}{7} \quad x_3=\frac{1}{3} \quad x_4=\frac{1}{4} \quad x_5=\frac{1}{5}.$

51. Számítsuk ki a 8 27 1/8 számok geometriai közepét!

52. Számítsuk ki a 3 8 9 számok geometriai közepét!

53. Számítsuk ki a 4 1/3 4 3 számok geometriai közepét!

54. Számoljunk geometriai középértéket a következő adatokból:
$x_1 = 3 \qquad x_2 = \frac{1}{27} \qquad x_3 = \frac{1}{3}.$

55. Számítsuk ki a 2 1 0 1 3 0 0 1 0 számok négyzetes közepét!

56. Számítsuk ki a 3 5 6 10 számok négyzetes közepét!

57. Számítsuk ki a 2 1 0 $\sqrt{3}$ számok négyzetes közepét!

58. Számítsuk ki a következő adatok nevezőkkel súlyozott átlagát:
$\frac{3}{4} \quad 1 \quad \frac{5}{6} \quad \frac{1}{4}.$

59. Két adatunk van: $\frac{2}{5}$ és $\frac{5}{2}$. Számítsuk ki ezek
   a) közönséges átlagát
   b) nevezővel súlyozott átlagát
   c) számlálóval súlyozott átlagát
   d) harmonikus közepét
   e) geometriai közepét
   f) négyzetes közepét!

60. A következő két számról tudjuk, hogy egyik több adat harmonikus közepe, a másik ugyanazon adatok geometriai közepe. A számok: 4,8 és 4,6. Melyik a geometriai közép?

61. Két szám geometriai közepéről csak annyit tudunk, hogy nem nagyobb a számok harmonikus közepénél. Az egyik szám 18,3. Mekkora lehet a másik szám?

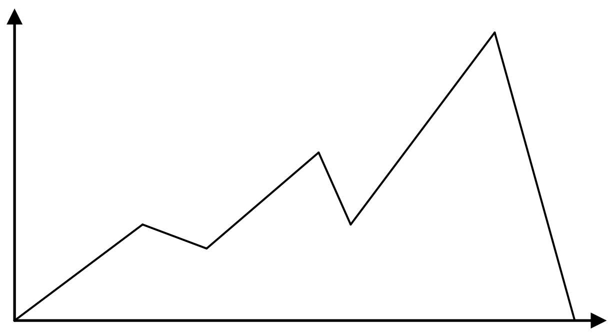
62. Ha $\bar{x} = 4{,}3$ és $\bar{x}_g = 3{,}7,$ akkor a harmonikus közép értéke
   a) nagyobb, mint 3,7
   b) kisebb, mint 3,7
   c) nagyobb, mint 4,3
   d) nem lehet megmondani, mekkora.
   Jelöljük meg a helyes választ!

63. Ha $\bar{x}_h = 4{,}8$ *és* $\bar{x} = 5{,}1,$ akkor a geometriai közép értéke
   a) nagyobb, mint 5,1
   b) nagyobb, mint 4,8
   c) kisebb, mint 4,8
   d) nem lehet megmondani, mekkora.
   Melyik a helyes válasz?

64. Ha $\bar{x}_g = 3{,}8$ *és* $\bar{x} = 5{,}2,$ akkor a négyzetes közép értéke
   a) nagyobb, mint 5,2
   b) nagyobb, mint 3,8
   c) kisebb, mint 3,8
   d) kisebb, mint 5,2
   e) nem lehet megmondani, mekkora.
   Melyik a helyes válasz?

65. Ismerjük egy minta harmonikus közepét ($\bar{x}_h = 4$) és közönséges átlagát ($\bar{x} = 9$). Meg tudjuk-e nagyjából mondani, hogy mekkora a geometriai közép?

66. Mintánk gyakorisági görbéje körülbelül olyan, mint az alábbi vázlat. Jelöljük be közelítőleg, számolás nélkül a következő öt középértéket: átlag $(\bar{x})$, modus (m), medián (M), harmonikus $(\bar{x}_h)$ és geometriai $(\bar{x}_g)$ közép. (Célszerű először az öt középérték sorrendjét eldönteni.)



L2: **A szórás.** A variancia és a szórás kiszámítása. Variációs együttható. Az átlag szórása. Hibakorlátok. Metodikai hiba.

Számítsák ki a következő háromelemű minták varianciáját! (Ne felejtsenek el transzformálni!)

1.	55	52	56	8.	73	71	76
2.	51	50	56	9.	83	87	83
3.	52	53	55	10.	85	80	82
4.	51	53	57	11.	95	91	92
5.	62	64	62	12.	98	99	99
6.	63	63	68	13.	101	102	104
7.	71	70	73	14.	102	100	106

Számítsuk ki *öt tizedesjegy pontossággal* a következő minták varianciáját

15.	13,5	13,6	13,4	13,8	13,5	13,6
16.	14,4	14,2	14,2	14,5	14,1	14,5
17.	14,6	14,3	14,5	14,7	14,6	14,4
18.	13,3	13,2	13,6	13,2	13,4	13,6

19. Mekkora a legkisebb minta, amiből szórást lehet számítani? (Egyáltalán: van erre valamilyen megkötés?)

20. Számítsuk ki a következő mintából az átlagot, szórást, varianciát, mediánt!
4 9 3 2 5 4

21. Számítsuk ki a következő mintából az átlagot, szórást, varianciát, mediánt!
5 8 2 5 10 6

22. Számoljanak szórást, varianciát és átlagot a következő mintából:
60 40 38 56 58 49

    A transzformáció itt és a következő példában is igen hasznos!

23. Az alábbi mintában számítsák ki az átlagot, a terjedelmet és a szórást!
5624 5620 5618 5620 5619 5620 5623 5620

Számítsuk ki az átlagot, mediánt, terjedelmet, varianciát, szórást és az átlag szórásának négyzetét a következő hatelemű mintákból:

24. 43 41 41 45 43 41

25. 27 23 31 25 29 33

26. 53 56 55 52 57 54

27. 1111 1112 1113 1114 1115 1116

Számítsuk ki az átlagot, mediánt, varianciát, szórást, az átlag szórását és a variációs együtthatót a következő mintákból!
Ezeket a feladatokat SPSS program segítségével is elvégezhetjük. A 32. feladat így kapott megoldása a 134-135. oldalon található.

28. 2 5 4 2

29. 6,9 6,2 5,7 6,4 7,3 6,0

30. 5 7 0 3 –1 2 –2 4 0

31. 56 52 49 57 51 59 50 55 48 58 53 54 60

32. 1,12 1,16 1,20 1,10 1,11 1,14 1,19
1,13 1,13 1,19 1,12 1,10 1,17 1,12

33. 15 18 11 19 13 14 18 10 20 12 18 10 17 12 13
15 16 15 19 11 10

34. 0,71 0,52 0,44 0,61 0,59 0,48 0,55

35. 0,4 –0,1 0 –0,5 –0,6 0,2 –0,3 0

36. 10 30 40 20 60 20 50 40 30 30 60

37. A következő adatok g-ban mért tömegeket jelentenek: 64 59 65 62. Számítsuk ki és (az egység feltüntetésével) adjuk meg a következő mennyiségeket: a) átlag, b) variancia, c) variációs együttható, d) standard error, e) medián, f) terjedelem, g) az átlag biztos hibakorlátja, h) szórás.

38. Megmérték egészséges egerek testhőmérsékletét, és a következő eredményeket találták: 36,8 36,2 37,1 36,7 36,9 37,0 36,9 37,4 36,9 36,6 36,7 36,1 36,8 36,4 37,0. (Az adatok Celsius fokban értendők.)
Mennyi az így kapott minta a) elemszáma b) mediánja c) átlaga d) terjedelme e) varianciája f) szórása g) átlagának szórása h) hibakorlátja i) biztos hibakorlátja? Adjuk hozzá és vonjuk ki az átlagból a hibakorlátot: a minta hány eleme esik az így nyert intervallumon kívül?

39. Egy kísérletben a kiváltott hatás bekövetkezésének időpontját vizsgálták. Hogy a kísérletet sűrűbb időközökben lehessen végezni, a regisztráló szerkezet a mérőórát mindig csak a beavatkozás után 240 másodperccel kapcsolta be. 16 beavatkozás után az óráról leolvasott időket átlagolták; az átlag 76,8, a szórás 44,4 másodperc volt. Kérdés,

mennyi idővel a beavatkozás után következett be átlagosan a hatás, és mennyi a beavatkozástól mért idők szórása?

40. Egy kísérlet során 101 adatot mértünk. Az adatok négyzetösszege 930, összegük négyzete pedig 3030 volt. Mennyi a szórás?

41. Egy alkalommal 17 adatot mértünk. Az $(x_{17}-\bar{x})=2$ és a $\sum_{i=1}^{16}(x_i-\bar{x})^2=12$ mennyiségeket már meghatároztuk. Mennyi a szórás?

42. Egy 101 elemű mintából kiszámítottuk az adatok négyzetének összegét (456) és összegük négyzetét (324). Mennyi a variancia?

43. Két mintánk van. Ezekre vonatkozóan:

Elemszám	30	10
Átlag	5	400
Szórás	2	40

Melyik mintára mondjuk, hogy abban nagyobb a szóródás? (Indokoljuk is meg a választ!)

44. Méréseink hibakorlátja 0,6, az adatok átlaga 1,2. Mennyi a variációs együttható?

45. Az átlag 6, az elemszám 9, a szórás 12. Mennyi a variációs együttható?

46. Az átlag 6, az elemszám 9, a szórás 12. Mennyi az átlag szórása?

47. Méréseink hibakorlátja 1,2, az átlag 40. Mennyi a variációs együttható?

48. Adatainknak az átlagtól való eltérésük négyzetösszege 0,25, a szórás 0,05. Hány adatból számoltunk?

49. Milyen elemszámú mintából kaphattuk a következő adatokat?: Q = 12,6 s = 0,3

50. Az adatok összege 50, szórásuk 2, a variációs együttható 28%. Hány adatból számoltunk?

51. Az adatok összege 70, szórásuk 3,5, a variációs együttható 45%. Hány adatból számoltunk?

52. Egy minta átlaga 20, elemszáma 25, szórása 30. Mekkora a variációs együttható? Mennyi az átlag szórása?

53. Ismerjük a következőket: $n=100$ $\bar{x}=40$ $s=20$. Mennyi a variációs együttható?

54. Ismerjük a következőket: $n=100$ $\bar{x}=40$ $s=20$. Mennyi az átlag hibája?

55. Egy 36 elemű mintából az átlagra 7,5-öt kaptunk. A variációs együttható 32%. Mennyi az átlag hibája?

56. Egy 64 elemű mintából az átlagra 3,5-öt kaptunk. A variációs együttható 72%. Mennyi az átlag hibája?

57. Egy 100 elemű mintából az átlagra 4-et kaptunk. A variációs együttható 68%. Mennyi az átlag hibája?

58. Egy minta átlaga 12,5, mediánja 11,5, terjedelme 25, elemszáma 16, variációs együtthatója 40%. Mennyi az átlag hibakorlátja?

59. Száz mérést végeztünk. A szórás 0,8-nak adódott, a mérések átlaga 72. Mennyi az átlag biztos hibakorlátja?

60. Kilenc elemből számolva az átlag 8, a szórás 6 lett. Adjuk meg $\bar{x}, n, s$ értékét, és számítsuk ki az átlag hibakorlátját!

61. Mérési adatok hibakorlátja 0,9-nek adódott, az adatok átlaga 1,2. Mennyi a variációs együttható?

62. Mennyi a mérések átlagértéke, ha a biztos hibakorlát 12 cm, a variációs együttható pedig 10%?

63. Mennyi a mérések átlagértéke, ha a hibakorlát 24 mg, a variációs együttható pedig 15%?

64. Mekkora a minta elemszáma,. ha a szórás 8,20, a variációs együttható 4,1%, az átlag szórása pedig 2,05?

65. Mekkora a minta elemszáma, ha az adatok átlaga 4,25, a variációs együttható 120%, az adatok összege 119, négyzetösszegük pedig 1208?

66. Egy számsorozat átlaga 1,5, szórása 0,2, az átlag biztos relatív hibakorlátja 4%. Hány adatból áll ez a számsorozat?

67. Három adatot ismerünk: $Q = 360 \quad s_{\bar{x}} = 2 \quad \sum x_i^2 = 400.$
    Mennyi az elemszám és az átlag relatív hibája?

68. Az átlag 14, az átlag hibakorlátja 1,4, a variációs együttható 20%. Hány adatból számoltunk?

69. Az átlag 22, a variációs együttható 30%, az átlag biztos hibakorlátja 3,3. Hány adatból számoltunk?

70. Az adatoknak várhatóan és átlagosan hány százaléka van távolabb az átlagtól, mint a hibakorlát? És hány százalékuk esik az átlagtól mért biztos hibakorláton belül?

71. Ezer mérési adat szórása 50. Mennyi a biztos hibakorlát, és várhatóan hány adat esik az átlagtól számítva a biztos hibakorláton kívül?

72. Tudjuk, hogy az átlag hibája az elemszám növelésével csökkenthető. Legalább hány mérésre van szükség, ha a szórás 2,5, és azt akarjuk, hgy az átlag hibája ne legyen nagyobb, mint 0,25?

73. Hány mérés kell, hogy az átlag hibája ne legyen nagyobb 0,16-nál, ha a szórás 1,6?

74. Az elemszám 9, a szórás 12. Mennyi az átlag biztos hibakorlátja?
    Hogyan módosul ez, ha ugyanekkora szórást nem 9, hanem 900 elemű mintából kapunk?

75. Egy méréssorozatból a szórásra 0,12-t kaptunk. Becsüljük meg, hogy minimálisan hány mérést kell végeznünk ahhoz, hogy az átlag hibája 0,03-nál kisebb legyen?

76. Egy méréssorozatból a szórásra 0,4-et kaptunk. Hány mérést kell végeznünk minimálisan, hogy az átlag biztos hibakorlátja ne legyen nagyobb, mint 0,12?

77. Egy méréssorozatból a szórásra 0,6-ot kaptunk. Minimálisan hány mérést kell végeznünk, hogy az átlag biztos hibakorlátja ne legyen nagyobb, mint 0,2?

78. Egy kísérletben 25 mérés után az átlag hibakorlátja 0,12. Hány méréssel kell a sorozatot minimálisan kiegészítenünk, hogy még a biztos hibakorlát se legyen több, mint ennek a fele?

79. Tizenhét méréssorozatot végeztünk egy metodikai hiba meghatározásához. A nyolcadik sorozat kivételével mindenhol meghatároztuk az átlagtól való eltérések négyzetösszegét. A 8. méréssorozat 11 mérésből áll, ezek szórása 0,3. Mennyi itt az átlagtól való eltérések négyzetösszege?

80. Egy mérési eljárás metodikai hibakorlátja 0,08. Hány párhuzamos mérést kell esetenként végezni, hogy a helyes eredménytől ne térhessünk el jobban 0,06-nál (legfeljebb ezer mérés közül egy-két esetben)?

81. Metodikai hiba meghatározása céljából 50 különböző anyagon végeztek párhuzamos méréseket. A legnagyobb szórást (0,6) a hetedik anyag esetében kapták. Az eredmény – a metodika hibája – végül is 0,2 lett. Ezek után 1000 mérést végeztek ugyanazon az anyagon; ezek átlaga éppen 10 volt. Feltehetően hány méréseredmény van a 9,4–10,6 számközön belül?

82. Egy tömegmérési módszert alkalmaztunk három különböző tömegű testre. A méréssorozatok 23, 49, ill. 31 mérésből álltak. A mért tömegek (az átlagok alapján): 62 mg, 59 mg, ill. 121 mg. Az átlagtól való eltérések négyzetösszege a három esetben 2, 11, ill. 3 volt. Mennyi a mérési módszer hibája?

83. Négy méréssorozatról a következőket tudjuk:

I. sorozat:	$n = 25$	$Q = 138$
II. sorozat:	$n = 10$	$Q = 110$
III. sorozat:	$n = 40$	$Q = 98$
IV. sorozat:	$n = 25$	$s^2 = 5{,}8$

Mennyi a metodikai hiba?

84. Metodikai hiba meghatározása céljából párhuzamos méréseket végzünk. Az első napon 4 mérésből 3, a második napon 5 mérésből 4, a harmadik napon 2 mérésből 4, a negyediken 3 mérésből 3 volt a szórás értéke. Mekkora ennek a metodikának a hibája?

85. Metodikai hiba meghatározása során négy különböző, párhuzamosokból álló méréssorozatot végeztünk. Összegezve az egyes sorozatok átlagtól való eltéréseinek négyzetösszegét, 28,9 adódott. Hány mérést végeztünk összesen, valamennyi sorozatban együtt, ha a metodika hibakorlátja 3,4?

86. Korábban 10 alkalommal mértünk párhuzamosokat (összesen 100 mérést); a metodika hibája 2,5 volt. Újabb 31 alkalommal 2–2 párhuzamos mérést végeztünk; ebből 2,9 a metodika hibája. Mennyi a hiba valamennyi mérés figyelembevételével?

87. Metodikai hiba keresésére 3–3 mérésből álló sorozatokat mérünk, összesen 10-et. Az átlagtól való eltérések négyzetösszege az esetek felében 20,2, a másik felében 28,8 volt. Mennyi a metodika hibája?

88. Metodika hibájának meghatározásához 50 különböző vérmintából két-két párhuzamos mérést végeztünk. Jelöljük az i-edik mérés két párhuzamos adatát x_{i1}-gyel, ill. x_{i2}-vel. Mennyi a metodika hibája, ha $\sum_{i=1}^{50}(x_{i1}-x_{i2})^2$ értékére 49-et kaptunk?

89. Egy párhuzamos mérések (esetenként 2–2 mérés) alapján történt metodikai hiba-meghatározásból a következőket tudjuk: a mérések különbségének négyzetösszege 2,4, a metodika biztos hibakorlátja 0,6. Hány méréspár végzése alapján kaptuk ezt az eredményt?

90. Egy metodika hibakorlátjára 500, egyenként két párhuzamosból álló mérés alapján 0,8 adódott. Mennyi a párhuzamos adatok különbségének négyzetösszege?

91. Valamely metodikai hiba meghatározása céljából minden mérést kétszer végeztünk el. A két párhuzamos mérés eredményét egymás alatt találjuk:

3,2	3,3	3,1	2,6	3,5
3,4	3,3	3,0	2,9	3,3

Mekkora ennek a mérésnek a metodikai hibája? (A hiba négyzetét gép nélkül is pontosan kiszámíthatjuk, két különböző képlet segítségével is. Gyakorlásképpen végezzük el mindkét számítást!)

92. Egy metodika hibájának meghatározásakor négyszer mértünk két-két párhuzamost. Az egyik mérés hibás volt: eredményét nem lehetett felhasználni. A kapott adatok a következők:

0,3	0,9	0,4	1,2
0,5	0,5	hiányzik	1,0

Mekkora a metodika hibája?

93. Az egymás alatti számok párhuzamos mérések eredményét jelentik:

0,3	0,4	1,6	0,9	1,4	0,5
0,4	0,2	1,1	hiányzik	1,3	0,8

Határozzuk meg ezekből az adatokból a metodika hibáját!

94. Ismételt mérések sorozatának eredményei a következők:

0,38	0,42	0,36	0,56	0,27	0,33
0,78	0,22	hiányzik	0,06	0,57	0,93

Mennyi a metodika hibakorlátja?

95. Ismételt mérések sorozatának eredményei a következők:

0,68	0,32	0,56	0,28	0,78	0,27
0,18	0,52	0,16	hiányzik	0,18	0,57

Mennyi a metodika hibakorlátja?

96. Ismételt mérések sorozatának eredményei a következők:

0,67	0,12	0,56	0,04	0,18	0,75
0,37	0,52	0,76	0,64	hiányzik	0,25

Mennyi a metodika hibakorlátja?

97. Az egymás alatti számok párhuzamos mérések eredményeit jelentik:

0,9	0,7	1,3	0,8	1,5	0,8
1,0	0,9	hiányzik	1,3	1,5	1,5

Határozzuk meg ezekből a metodika hibáját

L3: Regresszió és korreláció

Írjuk föl a regressziós egyenest és határozzuk meg a korrelációs együtthatót az alábbi kétváltozós mintákban:

1.

x_i	y_i
2	1
6	4
8	2
4	3

2.

x_i	y_i
8	3
4	4
2	5
6	2

3.

x_i	y_i
4	1
6	3
2	4
8	2

4.

x_i	y_i
4	3
6	5
2	6
8	4

5.

x_i	y_i
–1	9
3	11
–3	10
–5	8
1	12

6.

x_i	y_i
4	2
5	6
3	4

7.

x_i	y_i
1	31
3	33
–1	34
5	32

8.

x_i	y_i
38	2
34	3
32	4
36	1

9. Számítsuk ki – lehetőleg minél egyszerűbben – a korrelációs együtthatót a következő mintából:

x_i	y_i
10,4	203
10,0	201
10,3	201
10,1	204

Ne használjunk számológépet máshoz, mint a gyökvonáshoz és az ezt követő osztáshoz. Írjuk föl a regressziós egyenest is!

10. Határozzák meg a korrelációs együtthatót, a kovarianciát és írják fel a regressziós egyenes egyenletét az alábbi kétváltozós mintában:

x_i	y_i
1	251
3	253
–1	254
5	252
–4	256
2	252

11. Az alábbi háromelemű mintában meg kell határozni a következőket:
    a) a regressziós egyenes
    b) a kovariancia
    c) a meghatározottsági együttható
    d) az x_i adatok varianciája
    e) az x_i adatok átlagának szórása
    f) az y_i adatok varianciája
    g) az y_i adatok variációs együtthatója.

    Az adatok:

x_i	y_i
1	46
4	54
1	50

A következő mintákban két változót vizsgáltunk. Számítsuk ki mind az x, mind az y mintabeli átlagát, az átlag hibáját, továbbá az x és y közti korrelációs együtthatót, és y-nak az x-re vonatkozó lineáris regresszióját!

12.

x_i	y_i
5	14
8	16
3	15
7	16

13.

x_i	y_i
2,6	10
2,9	5
2,9	4
2,5	7
2,8	3

14.

x_i	y_i
5	54
7	59
6	63
3	60
8	57
9	55

15.

x_i	y_i
–8	1,1
2	1,9
0	1,2
–3	0,8
9	1,3
1	1,6
-4	0,7

16.

x_i	y_i
6,2	21,8
7,3	22,7
8,1	24,5
9,2	26,2
6,5	22,1
6,9	22,2
7,4	23,4
6,0	19,6
6,6	21,5
5,3	16,2
6,4	22,5

17.

x_i	y_i
5,6	0,25
5,9	0,28
5,3	0,22
4,8	0,19
4,6	0,21
4,9	0,17
5,9	0,32
6,1	0,28
5,8	0,30
4,8	0,17
5,1	0,18
5,0	0,20
6,1	0,29
5,9	0,33
5,7	0,30

A 17. feladat SPSS-sel való megoldása 136-138. oldalon található.

18. Az x_i adatok átlaga 8, szórásuk 2; az y_i adatok átlaga 25, szórásuk 10; a korrelációs együttható 0,75. Írjuk föl a regressziós egyenes egyenletét!

19. Az x_i adatok átlaga 12, szórása 3; az y_i adatok átlaga 40, szórása 5; a korrelációs együttható 0,6. Írjuk föl a regressziós egyenes egyenletét!

20. Ismerjük a következőket:
$\bar{x} = 6 \quad s_{\bar{x}} = 1 \quad Q_x = 12 \quad Q_{xy} = -18$
$\bar{y} = 5 \quad s_{\bar{y}} = 2{,}5 \quad Q_y = 75$
Számítsuk ki a korrelációs együtthatót, és írjuk föl a regressziós egyenes egyenletét!

Számoljunk korrelációt és határozzuk meg a regressziós egyenest a következő ötelemű mintákból! Adjuk meg ezenkívül az x_i adatok varianciáját és variációs együtthatóját is! (Az első oszlop jelenti mindig az x_i adatokat.)

21.

16	–13
19	–14
4	–3
3	–3
12	–11

22.

11	19
17	27
15	26
1	4
16	26

23.

10	1
5	2
9	2
5	5
5	3

24.

6	2
9	–3
7	2
13	–2
8	2

25. Hogyan kell megválasztani *a*-t és *b*-t, hogy a $Q_h = \sum (y_i - a - bx_i)^2$ kifejezés értéke a lehető legkisebb legyen?

26. Tudjuk, hogy az *x* és *y* változók közt számolt korrelációs együttható értéke nulla. Írjuk föl a regressziós egyenes egyenletét ebben a speciális esetben, és vázoljuk is föl az egyenest! (Számok helyett alkalmazzuk a szokásos betűjelöléseket.)

27. Valamely kémiai reakciót vizsgálva azt tapasztaljuk, hogy mennél hosszabb az inkubációs idő, annál kevesebb végtermék képződik. Ebből már következik, hogy az inkubációs idő és a végtermék mennyisége közti
    a) regressziós együttható pozitív
    b) kovariancia nulla
    c) korrelációs együttható negatív
    d) variációs együttható negatív.

    Válasszuk ki a helyes állításokat!

28. Meg tudnák-e mondani számolás nélkül a következő minta két változója közt számolt korrelációs együttható értékét? Ha nem: számítsák ki az együtthatót, és írják föl a regressziós egyenes egyenletét!

x_i	y_i
2	14
1	12
3	16
5	20

29. A kor és a vérnyomás közti közvetlen kapcsolatot akarták meghatározni úgy, hogy az érrendszer állapotának hatását kiküszöbölik. (Az erek állapotát – a rugalmasságot, a meszesedést, a plakkok gyakoriságát figyelembe vevő – kombinált kódszámmal jellemezték.) A következő korrelációs együtthatókat már kiszámították:
    az életkor és az érrendszer állapota közt: $r_{ké} = 0{,}67$
    a vérnyomás és az érrendszer állapota közt: $r_{vé} = 0{,}81$
    a vérnyomás és az életkor közt: $r_{vk} = 0{,}62$
    Mennyi „tisztán” a vérnyomás függése az életkortól?

Statisztikai következtetés (S)

S1: Alapfogalmak és elméleti tudnivalók

1. Standardizáljuk a következő kis mintát: 5 9 4 17 12 8 11.

2. Egy normális eloszlásból vett minta átlaga 20, modusa 15, mediánja 18, terjedelme 45, variációs együtthatója 50%, első néhány eleme:
   $x_1 = 16 \qquad x_2 = 28 \qquad x_3 = 29 \qquad x_4 = 11 \qquad x_5 = 22.$
   Ezt a mintát kell *standardizálni*.
   a) Számítsuk ki a standardizált értékeket (z_1–z_5) a megadott 5 elemre!
   b) Ha a minta összes elemét standardizálnánk, mi lenne az új minta *átlaga* és *szórása*?
   c) Próbáljuk meg a többi felsorolt statisztikai jellemző standardizált értékét is kiszámítani! (Vigyázat: nem mindegyiket lehet!)

3. Egy $\mu = 26$, $\sigma = 13$ paraméterű normális eloszlásból származnak a következő adatok:
   10 23 19 40 27 25 44 33 24 30 56 6 22 25 13 21.
   Standardizáljuk ezeket (az eloszlás paramétereivel), majd emeljük őket négyzetre. Ha elég jól jellemzi a minta az eloszlást, a kapott számok átlaga 1 körül lesz. Miért?

4. Reakcióidő-mérés eredményei a következő, ezredmásodperceket jelentő számok:
   311 372 294 305 305 360 297 324
   a) Adjuk meg ezen adatok átlagát, mediánját, modusát, terjedelmét, szórását!
   b) Ha azt szeretnénk, hogy mintánk (közelítőleg) normális eloszlású legyen, mit kell tennünk?
   c) Ha tudjuk a választ, járjunk el annak megfelelően, és számítsuk ki az új minta átlagát!
   d) Ezt a számot az eredeti adatokból is megkaphattuk volna. Hogyan? (Ellenőrzésképpen számítsuk is ki!)

5. Valamely jól meghatározott állatfaj egyedeinek hosszúsága normális eloszlást követ. A hosszúságok várható értéke 27,20 cm, az elméleti szórás 1,48 cm. A normális eloszlás táblázatának segítségével mondjuk meg, hogy milyen határok közé esik az állatok hosszúsága 50, 90, ill. 99,9 százalékos valószínűséggel, és azt is, hogy az állatok hányadrésze esik a 26–30 cm-es határok közé!

6. A statisztikai jellemzők eloszlásáról találunk alább néhány igaz és hamis állítást. Válasszuk ki az igaz állításokat!
   a) Az eloszlás elméleti.
   b) Az eloszlás normális.
   c) Az eloszlásgörbe alatti terület a minta elemszámával (a gyakoriságok összegével) egyenlő.
   d) Az eloszlásgörbe alatti terület 1-gyel egyenlő.
   e) Az eloszlás várható értéke csak akkor egyezik meg a mediánnal, ha az eloszlás szimmetrikus.
   f) Az eloszlás általában végtelen terjedelmű.
   g) Az eloszlás szórása csökkenthető a mérések pontosabbá tételével.
   h) Az eloszlás szórása növelhető a mérések számának csökkentésével.

7. Függetlenség esetén a minta, ill. a változó több jellemzőjének értéke nulla. Az alábbiak közül melyek ezek?
   a) hibakorlát
   b) korrelációs együttható
   c) variációs együttható
   d) meghatározottsági együttható
   e) kovariancia
   f) variancia
   g) regressziós együttható
   h) Q_h
   i) Q_r
   j) szabadságfok

8. Bevezetünk egy kezelést és kísérlettel vizsgáljuk annak hatásosságát. A kísérlet alapján hatásosnak tartjuk a kezelést – de tévedünk. Hogyan nevezzük az így elkövetett hibát, és mit tudunk mondani annak nagyságáról?

9. Bevezetünk egy kezelést és kísérlettel vizsgáljuk annak hatásosságát. A kísérlet alapján hatástalannak tartjuk a kezelést – de tévedünk. Hogyan nevezzük az így elkövetett hibát, és mi módon lehet az ilyen hibát csökkenteni?

10. Ha egyoldali próba helyett kétoldali próbát végzünk ugyanabban a feladatban, a végeredményül kapott valószínűség a) növekszik, b) csökken, c) nem változik, d) nem lehet megmondani. Mi igaz?

11. Az első fajta hiba növelésével a második fajta hiba
    a) nő
    b) nem változik
    c) csökken
    d) nőhet is, csökkenhet is: nem lehet megmondani.

    Válasszuk ki a helyes választ!

12. Egy hatásos gyógyszert kipróbálva, azt hatástalannak találtuk, mert túlságosan kevés kísérletet végeztünk. Ezzel
    a) első fajta
    b) második fajta
    c) standard
    d) metodikai
    e) valószínűségi
    f) véletlen hibát követtünk el. Melyek a helyes állítások?

13. Két gyógyszerkészítmény (Q és W) hatását akarjuk összehasonlítani, és e célból ugyanavval a kórokozóval beoltott patkányok két csoportja közül az egyiket Q-val, a másikat W-vel kezeljük. A gyógyító hatást az egyes csoportokban életben maradt patkányok számával mérjük. Fogalmazzuk meg, hogy mi ebben a feladatban a nullhipotézis, és adjuk meg – névvel, képlettel – az ennek vizsgálatára alkalmas statisztikai próbát!

14. Egy gyógyszer mellékhatását kutatva, a leölt kísérleti állatok máját szignifikánsan nagyobbnak találtuk a kontroll állatokénál.
    a) Melyik az a statisztikai próba (a tanult eljárások közül), amelynek a segítségével ezt a megállapítást tehettük?
    b) Mint minden statisztikai próba, ez is bizonyos feltételekhez van kötve. Említsünk néhányat a legfontosabb feltételek közül!

15. Egy gyógyszerről azt tartják, hogy májnagyobbodást okoz. Két kísérleti állatcsoport közül (mindkettőben 18 állat volt) az egyiket ezzel a gyógyszerrel kezelték, a másikat nem. Mindkét csoport állatait ugyanakkor leölve megmérték a májtömegüket; a gyógyszerrel kezelt csoportban x_i, a másikban y_i jelöli – grammokban kifejezve – az adatokat. Ugyanakkor tettünk egy megállapítást is: nagyobb-e a máj a normálisnál vagy nem. A fentiek alapján a kérdés (okoz-e májnagyobbodást a gyógyszer?) eldöntésére melyik statisztikai eljárást tartjuk a legalkalmasabbnak? Válasszuk ki a kevésbé megfelelő, de azért alkalmazható eljárásokat is!
    a) χ^2-próba
    b) egymintás *t*-próba
    c) kétmintás *t*-próba
    d) becslés a májak valódi tömegére
    e) korrelációs *t*-próba
    f) a két csoport közti korreláció vizsgálata
    g) az x_i és y_i adatok közti regresszió meghatározása.

16. Két csoportban 10, illetve 22 személyt vizsgáltunk. Egyrészt a magasságokat hasonlítottuk össze, másrészt azt, hogy melyikben hordanak többen szemüveget. A két vizsgálat eredményeképp
    $\chi^2 = 18{,}1$ és $t = 1{,}81$ adódott. Ennek alapján válaszoljunk a következő kérdésekre:
    a) Milyen szabadságfoknál kell a χ^2 értéket kikeresni?
    b) Eszerint az érték szignifikáns az 5%-os szinten?
    c) Milyen szabadságfoknál kell a t értéket kikeresni?
    d) Szignifikáns a kapott érték a (kétoldali) 5%-os szinten?
    e) Eldöntve, hogy a két próba közül melyik volt alkalmas a magasság és melyik a szemüvegviselés összehasonlítására, válaszoljunk, hogy melyik szempontból tér el szignifikánsan a két csoport.

17. Egyes próbák *robusztusak* bizonyos feltételek megsértésével szemben, mások azonban nem. Például a *t*-próba robusztus, az *F*-próba pedig nem – ugyanarra a feltételre vonatkozólag. Melyik ez a feltétel?

18. Tízfőnyi csoportban végrehajtott kísérlet után egymintás *t*-próbát végeztünk. A kapott *t*-érték pontosan a fele volt annak, ami a kétoldali szignifikanciához – minimálisan – kellett volna. (A szignifikanciaszintet a szokásnak megfelelően választottuk.)
    a) Mennyi volt az általunk kapott *t*?
    b) Mekkora csoporton végezzük az új kísérletet, hogy az várhatóan szignifikáns eredményt adjon? Melyek azok a statisztikai jellemzők, amelyek változatlanságát – egyébként jogosan – feltételeztük az új kísérlet megtervezésekor?
    c) Ezzel tulajdonképpen „túlbiztosítottuk" magunkat. Miért?

    Még így sem lehetünk azonban biztosak a szignifikancia felől, hiszen a véletlen hatására valamennyi újból számolt statisztikai jellemző eltérő értéket adhat a korábbinál.

19. Két minta összehasonlítására kétoldali *t*-próbát végeztünk. A minták függetlenek és normális eloszlásúak voltak, mindkettőben 8 elem szerepelt. A kapott eredmény: $t = 2{,}42$. Válaszoljunk a következő kérdésekre!
    a) Milyen képlettel számoltuk ki *t* értékét?
    b) A próba előtt meg kellett győződnünk a szórások egyformaságáról. Ez hogyan történt?
    c) A kapott *t* érték elbírálásához táblázatot kell használnunk. Ez a példában milyen szabadságfokon történt?
    d) Mekkora az az 5%-os táblázatbeli érték, amelyikhez a kapott *t*-t, 2,42-t hasonlítjuk?
    e) Mindezek alapján mit mondhatunk a minták különbözőségéről, illetve egyformaságáról?

S2: A bizonyossági intervallum (konfidenciaintervallum)

1. Az adatok száma 16, összegük 32, négyzetösszegük 124. Mekkora a várható értékre vonatkozó 99%-os bizonyossági intervallum?

2. A minta elemszáma 25, a variancia 0,25, az adatok átlaga 2,3. Határozzák meg két tizedes pontossággal a várható értékre vonatkozó 90%-os bizonyossági intervallumot!

3. Egy minta elemszáma 16, az adatok összege 48, az adatok négyzeteinek összege 279. Határozzák meg a várható értékre vonatkozó 95 és 98%-os bizonyossági intervallumokat!

4. Egy minta elemszáma 30, a variancia 18. Határozzák meg a szórás 80%-os bizonyossági intervallumát!

5. Egy minta elemszáma 16, varianciája 8. Határozzák meg a szórás 90%-os bizonyossági intervallumát!

6. A minta elemszáma 11, a szórás 3. Határozzák meg a variancia 90%-os bizonyossági intervallumát!

7. A variancia 25, az elemszám 53. Mi a szórás 98%-os bizonyossági intervalluma?

8. Az átlag 3, a szórás 6, az elemszám 9. Írjuk föl a várható értékre és az elméleti szórásra vonatkozó 90%-os bizonyossági intervallumot!

9. Az adatok száma 7, összegük 35, négyzetösszegük 343. Mekkorák a várható értékre és a szórásra vonatkozó 80%-os bizonyossági intervallumok?

10. Az elemszám 5, az átlag 10, a variancia 20. Határozzuk meg a szórásra vonatkozó 90 és a várható értékre vonatkozó 95%-os bizonyossági intervallumot!

Az L2 fejezet gyakorló példáiban egyes minták sok statisztikai jellemzőjét meghatároztuk már. Most írjuk föl ugyanazokban a mintákban a várható érték és a szórás vagy a variancia adott valószínűségű bizonyossági intervallumait!

11. A várható érték és a szórás 80%-os intervallumát az L2/28. példa adataiból.

12. A várható érték 90, a variancia 80%-os intervallumát az L2/29. példa adataiból.

13. A várható érték 95, a szórás 80%-os intervallumát az L2/30. példa adataiból.

14. A várható érték 99, a szórás 90%-os intervallumát az L2/31. példa adataiból.

15. A várható érték és a szórás 98%-os intervallumát az L2/32. példa adataiból.

16. A várható érték 99,9, a szórás 98%-os intervallumát az L2/33. példa adataiból.

17. A várható érték 95, a variancia 90%-os intervallumát az L2/34. példa adataiból.

18. A várható érték 90, a variancia 80%-os intervallumát az L2/35. példa adataiból.

19. A várható érték és a szórás 90%-os intervallumát az L2/36. példa adataiból.

S3: Statisztikai próbák végzése normális eloszlású adatok esetén

Gyakoroljuk az egymintás t-próba számolását a korábbi fejezetekben már feldolgozott mintákon! Azaz vizsgáljuk meg, hogy azoknak a mintáknak az átlaga szignifikánsan eltér-e nullától. (Számítsuk ki t-t, és keressük ki a táblázatból a hozzá tartozó (kétoldali) valószínűséget!)

1. Az L2/30. példa adataiból.
2. Az L3/15. példa x_i adataiból.
3. Az L2/28. példa adataiból.
4. Az L3/15. példa y_i adataiból.
5. Egy kezelés hatásosságát egymintás t-próbával kívánjuk ellenőrizni. A vizsgálathoz 9 személy áll rendelkezésünkre. A megváltozások – különbségek – átlaga és szórása egyaránt 10 lett. Okozott-e változást a kezelés?
6. Egy kezelés hatásosságát egymintás t-próbával kívánjuk ellenőrizni, egy 16 személyből álló mintán. A kezelést akkor tekintjük hatásosnak, ha a vizsgált érték szignifikánsan megnőtt. Elvégezve a vizsgálatot, úgy találtuk, hogy a növekedések átlaga is, szórása is 8. Hatásos-e a szóban forgó kezelés?
7. Egy pszichológus autogén tréninggel próbálta csökkenteni páciensei szorongását. Az eredmény ellenőrzésére ugyanazzal a teszttel mérte a szorongást a kezelés előtt (16 fős csoportjában 26-os átlagértéket kapott), és három hónapi kezelés után (az átlag ekkor 23,5 volt). Kiszámította ezenkívül az egyéni változások (csökkenések) szórását is; ennek értéke 6 volt. Állapítsuk meg egymintás t-próbával, hogy eredményes volt-e az autogén tréning!
8. Számítsuk ki a 73 69 72 75 72 70 adatok varianciáját, és állapítsuk meg kétoldali F-próbával, hogy eltér-e szignifikánsan egy másik, 5 elemű minta varianciájától, amelynek értéke 2!
9. Számítsuk ki a 36 39 40 37 42 39 adatok varianciáját, és döntsük el F-próbával, hogy szignifikánsan nagyobb-e egy másik, 10 elemű minta varianciájánál, amelynek értéke 1,1!
10. Számítsuk ki a 63 65 63 63 67 65 adatokból álló minta varianciáját, és hasonlítsuk össze egy másik, 10 elemű minta varianciájával, amelynek értéke 16!
11. Kétmintás t-próba előtt a szórások egyformaságát kívánjuk ellenőrizni, 5%-os szinten. Az egyik minta elemszáma 12, szórása 3, a másik mintában az elemszám is, a szórás is 6. Döntsük el, hogy jogos-e t-próbát számolni! Ha igen: mennyi lesz a t képletében szereplő közös variancia?

A kétmintás t-próba számolását hasonlóképpen már ismert, feldolgozott mintákon gyakoroljuk először. (Ne felejtsük el a próba előtt az F-próbát is elvégezni!)

12. Számoljunk t-próbát az L2/28. és L2/30. feladatokban szereplő minták közt!
13. Számoljunk t-próbát az L2/31. feladat mintája és az L3/14. példa y_i adataiból álló minta között!

14. Két csoportot kell összehasonlítanunk, hogy az x változó szempontjából egyformák-e. A következő értékeket már kiszámították:

	Egyik csoport	Másik csoport
n	8	8
$\bar{x}$	3,402	6,804
Q	28	98
s	2	3,742
$s_{\bar{x}}$	0,707	1,323

Kétmintás t-próbával végezve az összehasonlítást, találunk-e 5%-os szinten a két csoport közt különbséget?

A korrelációs t-próba gyakorlására ellenőrizzük néhány, az L3 fejezetben kiszámított együttható szignifikanciáját! Végezzük el a számolást a következő esetekben:

15. Az L3/1. példa mintáján.
16. Az L3/3. példa mintáján.
17. Az L3/13. példa mintáján.
18. Az L3/15. példa mintáján.
19. Az L3/16. példa mintáján.
20. Az L3/17. példa mintáján.

Az előbbi feladatot oldjuk meg úgy is, hogy a regressziós egyenes eltérését vizsgáljuk a vízszintestől, varianciaanalízissel. Először ismét az L3 fejezetben már kidolgozott példákhoz folyamodunk, felhasználva az ottani részeredményeket:

21. Eltér-e a vízszintestől az L3/2. feladatban meghatározott regressziós egyenes?

22. Vizsgáljuk varianciaanalízissel az L3/13. feladat regressziós egyenesének szignifikanciáját!

23. Állapítsuk meg varianciaanalízis segítségével, hogy az L3/16. példában meghatározott regressziós egyenes szignifikánsan eltér-e a vízszintestől!

24. Az utóbbi két minta korrelációs együtthatóit is megvizsgáltuk már, t-próba segítségével (17. és 19. példa). Milyen módon tudnánk a két eredményt egybevetni úgy, hogy ezzel a két számítás hibátlanságát is ellenőrizzük?

25. Egy gyakorlati feladatban 12 mérési pontból regressziós egyenest határoztak meg: $y = 2x + 3$. Eldöntendő, hogy az összefüggés „valódi”-e, azaz lényegesen eltér-e a vízszintestől a fenti egyenes, varianciaanalízist végeztek. A szükséges számításokból ennyi már készen van: $Q_x = 5$ $Q_y = 50$ $Q_{xy} = 10$. Fejezzük be az eljárást!

26. Egy pszichológiai kísérlet résztvevői azt a feladatot kapták, hogy közelítsék meg „empirikusan” a 9/8 tört értékét. A próbálkozásokat két tizedesjegy pontossággal lemérték: ezek az adatok szerepelnek az L2/32. mintában. Döntsük el, hogy sikerült-e a résztvevőknek a 9/8 szám megközelítése!

27. Az x és y változó páronkénti méréseiből már meghatározták a következőket:

$$\bar{x} = -10 \qquad Q_x = 10 \qquad Q_{xy} = 13 \qquad s_x = 1$$

$$\bar{y} = 6 \qquad Q_y = 40 \qquad n = 11 \qquad s_y = 2$$

Írjuk föl a regressziós egyenes egyenletét, számítsuk ki a korrelációs együtthatót, és állapítsuk meg, hogy ezek valódi kapcsolatra utalnak-e az x és y változók közt!

28. Egy csoportban két változót mértek (x és y), és vizsgálták a kettő közti kapcsolatot. Már meghatározták a következőket:
$Q_{xy} = 4$ $Q_x = 8$ $Q_y = 5$ $n = 12$.
Állapítsuk meg, hogy van-e lineáris kapcsolat a két változó közt!

29. Egy vizsgálat során (x_i, y_i) párokat mértünk. Írják fel a regressziós egyenest, számítsák ki a korrelációs együtthatót, és – szabadon választott módszerrel – döntsék el, hogy az adatok szerint van-e lineáris kapcsolat az x és y változók közt! Az adatok:

x_i	y_i
2	21
5	24
6	25
3	26
6	28
4	25

30. Egy kezelés hatásosságát 9 személyen történő kipróbálással akarták ellenőrizni. Az előidézett változások átlaga 7 Hz volt, és ugyanekkora volt ezeknek a változásoknak a szórása is. A vizsgált változó normális eloszlású. Állapítsuk meg, hogy 5%-os szinten szignifikáns-e a változás, és adjuk meg, hogy 90%-os biztonsággal milyen értékek közt van a kezelés által kiváltott változás nagysága!

31. Vizsgálták a szervezet ellenanyag-termelő képességét egy meghatározott bakteriális fertőzésre. Úgy tudjuk, hogy az ellenanyag termelése annál nagyobb, mennél alacsonyabb a szérum szabad zsírsav koncentrációja; a megvizsgált 29 személy esetében –0,5 volt a kettő közti korreláció. Szabad-e ebből arra következtetnünk, hogy a szabad zsírsav koncentrációja a várt irányban befolyásolja az ellenanyag termelését? (Megjegyzés: egy kis ügyességgel számolva csupa kerek, egyszerű számot kapunk; a példa fejben is megoldható!)

32. Hipotézisünk az volt, hogy a férfiak vérének foszfolipid tartalma magasabb, mint a nőké. Ennek ellenőrzését 11 férfi és 7 nő vizsgálatának segítségével végeztük. A férfiaknál kapott átlag valóban magasabb volt; a két mintából számolva $t = 1{,}81$ adódott. Igazolja ez az eredmény feltételezésünket, ha a választott szignifikanciaszint 5%?

33. Egyik reggel az iskolaorvos megmérte a 11. osztályos fiúk testmagasságát, és az adatokat mm pontossággal följegyezte. Este ugyanazon a mérőeszközön a sportorvos megismételte a mérést; ő cm-ben adta meg az adatokat. Tíz véletlenszerűen kiválasztott iskolás méréseredményei a következők voltak:

Reggeli mérés	Esti mérés
1763	176,3
1856	185,0
1810	180,1
1722	172,2
1790	179,1
1904	190,1
1824	181,5
1732	172,5
1776	176,3
1751	174,4

Adjuk meg a magasságcsökkenések átlagát, szórását, a csökkenés mértékének 90%-os bizonyossági határait, és döntsük el, hogy általános törvényszerűség-e a magasságok nap közbeni csökkenése!

34. [Forrás: B, 109. oldal]
Két patkánycsoportot vizsgáltak. Az egyik magas, a másik alacsony fehérjetartalmú élelmet kapott. Megmérték a testtömegüket 28 és 84 napos korukban; az adatok a *növekedést* mutatják, g-okban. Befolyásolja-e a tápanyagok különbözősége a növekedést?

Magas fehérje	Alacsony fehérje
134	70
146	118
104	101
119	85
124	107
161	132
107	94
83	
113	
129	
97	
123	

35. Egy vérnyomáscsökkentő gyógyszert négy különböző betegen próbálták ki, a következő eredménnyel:

	Szisztolés vérnyomás (Hgmm)	
	Gyógyszer nélkül	Gyógyszerrel
1. beteg	190	110
2. beteg	180	160
3. beteg	230	150
4. beteg	230	190

A megfelelő *t*-próba segítségével állapítsuk meg, hogy hatásos-e a gyógyszer! (Szignifikanciaszint 5%.)

36. A vérnyomást SI rendszerben nem Hgmm, hanem kPa egységben kell mérni. Milyen eredményt kaptunk volna a gyógyszer hatásosságára vonatkozóan, ha így járunk el? (Mint tudjuk, a kPa-ban megadott vérnyomásértékek lényegesen kisebb számok, mint a megszokott – Hgmm-ben mért – értékek.)

37. Két különböző egyetemen, pszichológus hallgatók egy-egy csoportjában vizsgálták a tanulásra fordított időt. A számítások egy része már elkészült:

	Egyik csoport	Másik csoport
$\bar{x}$	16 óra/hét	8,5 óra/hét
n	12	9
Q	408	240

Találunk-e különbséget a két csoport között?

38. Egy általános iskola 6. osztályában azt vizsgálták, hogy kiskamasz korban magasabbak-e a lányok a fiúknál (mint ahogy azt általában tapasztaljuk). A számításokból már nincs sok hátra:

	Fiúk	Lányok
$\bar{x}$	158	161
n	3	9
Q	38	52

Bizonyította ez a vizsgálat azt, hogy a lányok magasabbak? Ha nem: mi lehet ennek az oka?

39. Egy fogyókúrás diétáról akarták eldönteni, hogy hatásos-e vagy nem. Tíz önként jelentkező testsúlyát megmérték a kúra előtt és után:

Előtte	Utána
120	103
80	79
60	62
58	57
139	120
118	110
103	96
98	95
87	82
72	75

Az adatok kg-ban értendők – és persze test*tömeget* jelentenek.
Hatásos volt a fogyókúra?

40. Egy pszichológiai teszttel vizsgáltuk a figyelmet normális körülmények közt, majd mesterségesen zajt keltve vizsgálat közben. Kiszámítottuk a pontértékek százalékos változását (x_i), és a következőket kaptuk: $\bar{x} = 80 \quad s_{\bar{x}} = 20$. A csoport létszáma 10 fő volt. Állapítsuk meg, hogy csökkent-e a figyelem zajban!

41. Többen úgy találták, hogy egy bizonyos betegségben megváltozik a likvor kalcium-koncentrációja. Kilenc beteget vizsgálva, 3,8 mg%-os átlagkoncentrációt mértek. Elvégezték a nem túl kellemes vizsgálatot három önként vállalkozó egészséges személyen is; az átlag 5,3 mg% volt ebben a csoportban. Azt tudjuk, hogy a kalciumkoncentráció normális eloszlású. Ismerünk két szórásértéket is: a betegek csoportjában 1,9, az egészségeseknél 1,3 mg% a szórás. Végezzük el azokat a statisztikai próbákat, amelyek alkalmasak annak eldöntésére, hogy igaz-e a bevezetőben említett megállapítás!

42. Egy pszichológiai teszttel vizsgálták, hogy lehet-e növelni a koncentráció időtartamát, ha a szoba világítását kellemesebb színű világításra cserélik ki. Ugyanazt a 25 személyt vizsgálták. Kiszámították az időtartamok arányát (új világításnál/régi világításnál kapott idő); ezek átlaga 1,5, szórása 2,5 volt. Bizonyította a kísérlet, hogy a világítás cseréjével a koncentráció időtartama növelhető?

43. Egy pszichológiai teszttel vizsgálták, hogy megnövelhető-e a koncentráció időtartama a szobavilágítás intenzitásának növelésével. Az adatok perceket jelentenek:

Gyenge világítás	Erős világítás
20	31
15	18
32	29
28	27
23	34

Bizonyította a kísérlet, hogy erősebb világításnál hosszabb ideig lehet koncentrálni? (Számoljanak az időkülönbségekből!)

44. Egy figyelemtesztet vettek föl pszichológusok egyénenként, összesen 10 személlyel. A teszt egyik felében gyönge, a másikban erős (éppen megfelelő) világítás volt a helyiségben. Minden személynél *randomizálással* döntötték el, hogy melyik megvilágítással kezdjék a kísérletet. Az alábbi adatok *az elkövetett hibák számát* jelentik:

A személy sorszáma	Gyenge világításban	Erős világításban
1.	9	5
2.	14	9
3.	5	3
4.	7	5
5.	31	16
6.	4	3
7.	34	18
8.	8	8
9.	8	5
10.	12	8

Úgy tűnik, gyenge fényben jóval több hibát követnek el a vizsgálati személyek. Végezzünk kétoldali próbát annak eldöntésére, hogy különbözik-e a hibák száma a kísérlet két felében!

45. Akármi is volt az eredmény, azt legalábbis kételkedéssel kell fogadnunk. Mi lehet a fő kifogásunk a követett eljárás ellen? (Ennek eldöntésére vegyék szemügyre a hibák különbségét; hiszen ezekből számoltunk az előbb.) Hogyan tudnánk ezt a hibát kiküszöbölni? Végezzük el az elemzést a javasolt másik módon is. Mit kaptunk?

46. Lázcsillapító kipróbálására nyolc betegen mérték meg a testhőmérsékletet a tabletta bevétele előtt és egy órával utána.
Az adatok Celsius fokban értendők:

Testhőmérséklet a gyógyszer bevétele előtt	után	Különbség
38,4	37,6	–0,8
38,5	37,8	–0,7
39,8	37,8	–2,0
38,3	38,4	0,1
39,2	37,3	–1,9
38,4	38,8	0,4
38,5	37,1	–1,4
39,1	38,4	–0,7

Hatásos ez a gyógyszer?

47. Egy másik lázcsillapítót is forgalomba akartak hozni, és azt is hasonló módon kipróbálták. (Természetesen más betegeken.)
Az eredmények ezúttal:

Testhőmérséklet a gyógyszer bevétele előtt	után	Különbség
39,3	38,6	–0,7
39,1	37,5	–1,6
38,5	37,1	–1,4
38,5	36,7	–1,8
39,6	37,3	–2,3
38,7	38,8	0,1
38,8	36,8	–2,0
39,3	37,9	–1,4
38,8	38,4	–0,4

Végezzük el ezt a számítást is!

48. A 47. példában szembetűnően nagyobbak a hőmérséklet-csökkenések, mint a 46.-ban. Azt jelentené ez, hogy a második gyógyszer „hatásosabb” az elsőnél? Erre nem tudunk így felelni (előbb definiálni kellene, hogy mit nevezünk hatásosabbnak!), de annyit mindenesetre ellenőrizhetünk, hogy a két gyógyszer hatására létrejött testhőmérséklet-csökkenések egyformák-e. Mi az eredmény?

49. Egy olyan fogyókúrás diéta hatását vizsgálták, amelyről tervezői azt állították, hogy csak az fogy le tőle, akinek erre szüksége van. Ezért amellett, hogy hat túlsúlyos személyen kipróbálták a diétát, alkalmazták azt nyolc normális testsúlyú személynél is. A következőket kapták: (A számok „testsúlykilogrammot” jelentenek.)

Túlsúlyos		Normál	
előtte	utána	előtte	utána
120	103	76	74
118	95	82	83
122	98	85	80
136	108	94	89
141	111	69	72
103	81	73	75
		84	84
		63	65

a) Hatásos volt-e a diéta a túlsúlyosak esetében?
b) Csökkent-e a normál súlyú személyek testsúlya?
c) Volt-e különbség kiinduláskor a két csoport között?
d) A kúra végén van-e különbség a két csoport között?
e) Ugyanakkorák-e a testsúlycsökkenések a két csoportban?

50. Egyik egyetem hallgatói közül véletlenszerűen választottak ki 23 személyt. Ezek testmagasság-adatait adjuk meg, külön csoportban a nőtlen fiúk, a lányok és a házaspárok adatait.

7 nőtlen fiú	4 lány	6 házaspár férjek – feleségek
166	167	182 – 171
169	170	180 – 168
173	170	172 – 170
175	171	179 – 179
176		191 – 183
180		164 – 163
193		

A megfelelő csoport és az alkalmas statisztikai próba kiválasztása és elvégzése után válaszoljunk a következő kérdésekre:
a) Magasabbak-e a férfiak a nőknél?
b) Magasabbak-e a férjek feleségeiknél?
c) Igaz-e az a feltételezés, hogy a magas fiúk általában magas lányokhoz vonzódnak (és megfordítva)?
d) Egyenlő magasak-e a férjek és a fiúk?
e) Egyenlő magasak-e a lányok és az asszonyok?

51. Közhelynek számít, hogy a fiúk magasabbak, mint a lányok, de ritkán próbálják ezt szavahihető eljárással alátámasztani. Egy tanulócsoportban elvégezték a magasságméréseket, előzőleg azonban a lányokat is, fiúkat is nagyság szerint sorba állították, és párokat alakítottak ki. A legmagasabb fiú a legmagasabb lánnyal volt egy pár, a második legmagasabbak is egymással, és így tovább, végül a két legkisebb is egy párt alkotott. Összesen 9 párt vizsgáltak. A számolás nagy részét már elvégezték; az eredményeket az alábbi táblázatban találjuk:

	A fiúk magasság adataiból	A lányok magasság adataiból	A párok közti különbségekből
Létszám	9	9	9
Átlag (cm)	177	169	8
Q	1000	800	648
s^2	125	100	81
Szórás (cm)	11,2	10	9

Válasszuk ki az általunk legmegfelelőbbnek tartott statisztikai eljárást, hajtsuk azt végre, és válaszoljunk, hogy a fenti vizsgálat megerősíti-e a fiúk nagyobb testmagasságára vonatkozó közhiedelmet!

52. Egy összetett, többcélú farmakológiai kísérlet egyik részletének eredeti adatait dolgozzuk föl a fejezet utolsó példájában.
Egerek egy csoportjának fiziológiás sóoldatot, másik csoportjának reserpint adtak intraperitoneálisan. Beadáskor, valamint a beadás után 3 és 4 óra múlva mérték az egerek testhőmérsékletét; ezeket a ^{o}C-ban megadott adatokat találjuk a táblázatban.

Fiz.sós (kontroll) csoport			Reserpines (kísérleti) csoport		
Beadáskor	3 óra múlva	4 óra múlva	Beadáskor	3 óra múlva	4 óra múlva
36,7	36,9	36,7	36,1	34,2	32,5
36,8	36,4	36,3	36,3	32,7	32,4
37,1	37,2	36,9	36,7	30,9	29,5
37,2	36,2	36,6	36,3	31,6	31,0
36,3	36,0	36,1	37,1	33,9	34,0
36,6	36,3	37,0	36,8	32,7	31,2
36,1	36,3	36,7	36,3	33,1	32,4
36,2	36,2	36,6	36,7	34,3	32,4
36,2	36,4	36,9	36,3	31,6	31,3

Végezzük el az alábbi számításokat, illetve válaszoljunk a következő kérdésekre!

a) Adjuk meg mind a hat minta eredményét a szokásos módon pontbecsléssel (átlag ± standard hiba), valamint intervallumbecsléssel, felírva a 95%-os bizonyossági intervallumot!
b) Állapítsuk meg a megfelelő statisztikai próba segítségével, hogy a 3 órás értékek különböznek-e a kiindulási értékektől az egyes csoportokban!
c) Döntsük el, hogy a 4 órás értékek eltérnek-e a kiindulásiaktól!
d) Melyik csoportban különböznek a 3 és a 4 órás testhőmérséklet-értékek?
e) Állapítsuk meg, hogy a reserpin hat-e a testhőmérsékletre, a beadástól számított 3 és 4 óra múlva – szembeállítva a fiziológiás sóoldattal!

f) Különbözött-e a két csoport testhőmérséklete a kísérlet kezdetén (vagyis az injekciók beadásakor)?
g) Van-e lineáris kapcsolat a kiindulási és a 3, ill. 4 órás testhőmérséklet-adatok közt?
h) Van-e lineáris kapcsolat a 3 és 4 órás értékek közt?
i) Van-e lineáris kapcsolat a két csoport kiindulási értéke közt?
j) Van-e lineáris kapcsolat a két 3 órás, ill. a két 4 órás érték közt?
k) Azonos-e a két csoportban a szórás a kísérlet kezdetén, illetve a beadás után 3 és 4 óra múlva?
l) Megváltozik-e a szórás a fiziológiás sóoldat, illetve a reserpin beadásának hatására 3 óra alatt?
m) Változik-e a szórás az egyes csoportokban 4 óra alatt?

Valamennyi kérdésnél először döntsük el, hogy melyik statisztikai módszert alkalmazzuk, és csak azután kezdjünk a számoláshoz. Indokoljuk is meg a választást, illetőleg azt, hogy egyes esetekben miért nem lehetett ezt vagy amazt a célszerűnek látszó módszert alkalmazni. Végezetül válaszoljunk a következő kérdésre:

n) Mi volt az a feltétel, amelynek a teljesülését valamennyi pontban kihasználtuk, ami nélkül az elvégzett számítások egyike sem lenne érvényes?

A feladat SPSS-megoldása a 139-145. oldalon található.

Diszkrét – nem folytonos – változók. Számolás diszkrét adatokból (D)

D1: Kombinatorika. (Binomiális együtthatók.)

1. Egy pszichológus azt kapta feladatul, hogy öt kísérleti személyt állítson sorba aszerint, hogy mennyire tartja őket barátságosnak. Hányféle sorba rendezés lehetséges?

2. Tíz kísérleti személyből hármat kell kiválasztani egy további kísérlethez. Hány kiválasztás lehetséges?

Egyszerűsítsük a következőket!

3. $\frac{(n-1)!}{n-1}$ 4. $\frac{n!}{(n-1)!}$ 5. $\frac{(n-1)!}{(n+1)!}$

6. Számítsuk ki a következő összeget: $\frac{(k+1)!}{k!}+\frac{k!}{(k-1)!}+\frac{(k-1)!}{(k-2)!}$

7. Számítsuk ki a következő két tört, $\frac{(n+1)!}{n!}$ és $\frac{n!}{(n-1)!}$
   a) különbségét
   b) szorzatát
   c) hányadosát!

8. Alakítsuk át az $n\cdot(n-1)\cdot(n-2)!$ kifejezést.

9. Egy szabályos dobókockát hatszor egymás után feldobunk. A kapott eredményeket egymás mellé írjuk. Hány kimenetele lehet a kísérletnek?

10. A következő számsorozat a Pascal háromszög egy befejezetlen sora:
    1 10 45 120 210 252
    a) A Pascal háromszög hányadik sora ez?
    b) Írják fel a sor ötödik elemét, 210-et binomiális együttható formájában!
    c) Folytassák a sort!
    d) Írják fel a következő sort!

11. A Pascal-háromszög egy csonka sora áll itt:

126 126 84 36 9 1

a) Egészítsék ki a sort!
b) Írják föl a Pascal-háromszög *következő* sorát!
c) Az új sor hányadik sora a háromszögnek?
d) Hogyan nevezik a Pascal-háromszögben található számokat?

12. Bizonyítsák be a binomiális együtthatók képletének segítségével a Pascal-háromszög néhány alapvető tulajdonságát:
a) minden sor első eleme 1;
b) minden sor második eleme egyenlő a sor sorszámával (az n-edik sor második eleme tehát n);
c) a háromszög szimmetrikus a csúcsból bocsátott „tengelyre” – a háromszög „magasságvonalára” – vonatkozóan.

13. A Pascal-háromszög konstrukciója a következő egyenlőségre épül:

$$\binom{n}{k}+\binom{n}{k+1}=\binom{n+1}{k+1}.$$

(Ennek segítségével tudjuk bármelyik sorból a *rákövetkezőt* előállítani.)
Először igazoljuk ezt az összefüggést két konkrét esetben:

$$\binom{5}{2}+\binom{5}{3}=\binom{6}{3},\ \text{illetve}\ \binom{9}{6}+\binom{9}{7}=\binom{10}{7}.$$

(Ha másképp nem megy, azt mutassuk meg, hogy a baloldalt álló két egész szám összege éppen egyenlő a jobb oldali egész számmal.)
Ha sikerül ezt a kettőt igazolnunk, próbálkozzunk meg a fenti, általános összefüggés igazolásával is!

D2: Poisson-eloszlás

Ha ismerjük egy Poisson-eloszlás paraméterét vagy egyik elemét, egyértelműen meghatározható az egész eloszlás. Azért azonban, hogy (négy alapműveletes) zsebszámológépen is el tudjuk végezni a számításokat, *mindkét* adatot (a λ paramétert és az eloszlás *egyik* elemét) meg fogjuk adni. A feladat: előállítani az eloszlást, illetve annak annyi tagját, amennyit a példa megjelöl.

1. $\lambda = 1$ és $P_0 = 0{,}36788$. Számítsuk ki P_1-et és P_2-t!
2. $\lambda = 1{,}2$ és $P_0 = 0{,}30119$. $P_3 = ?$
3. $\lambda = 0{,}5$ és $P_4 = 0{,}00158$. $P_1 = ?$
4. $\lambda = 3$ és $P_0 = 0{,}04979$. $P_3 = ?$
5. A villanykörtéket egyforma nagy ládákba csomagolják a gyárban; átlagosan minden második ládában fordul elő egy hibás körte. A hibás villanykörték előfordulása Poisson-eloszlást követ; csupa hibátlan körtét tartalmazó láda 0,60653 valószínűséggel fordul elő. (Tehát annak ellenére, hogy „átlag minden második ládában” van egy hibás, a ládák 60%-a nem tartalmaz hibás villanykörtét. Meg tudjuk magyarázni ezt az ellentmondást?)
   Kérdés: mi a valószínűsége egy olyan ládának, amelyben kettőnél több hibás körte van? (A válaszhoz célszerű felhasználni a 3. példa megoldásában kapott részeredményeket!)

6. Melyik az a legelső eleme a Poisson-eloszlásoknak, amelyik 1%-nál (0,01-nél) kisebb?
   a) a $\lambda = 1$ paraméterű eloszlásban?
   b) a $\lambda = \frac{1}{2}$ paraméterű eloszlásban?
   c) a $\lambda = 3$ paraméterű eloszlásban?
   d) a $\lambda = \frac{1}{3}$ paraméterű eloszlásban?

7. Egy szövettenyészet 1 grammját mikroszkópos megfigyelés alatt tartva abban egy óra alatt 9 sejtosztódást észleltünk. Becsüljük meg, hogy több megfigyelést végezve – több 1 g-os adagot vizsgálva – mennyi lesz az így kapott osztódás-számok szórása!

8. Egy homogén szövettenyészetben megfigyelt osztódások száma egyenesen arányos a megfigyelés alatt tartott sejtek számával. De vajon mikor kisebb a kapott eredmények – osztódás-számok – szórása: ha sok vagy kevés sejtet figyelünk meg?

9. Egy pszichológus úgy gondolta, hogy a „tic”-ek számának szaporodása a pszichotikus betegség rosszabbra fordulásának előjele. Ha ez igaz, a „tic” gyakorisága alapján úgy lehet a kezelést (pl. a gyógyszer adagolását) módosítani, hogy meg lehessen előzni bizonyos rohamokat, súlyos állapotokat. Óvatosnak kell azonban lenni, mert a szám ingadozik; éppen ezért a megfigyelt érték – és a következtetés – nem eléggé megbízható.
   Egy vizsgálatban 9 „tic”-et figyeltek meg egy perc alatt.
   a) Adjuk meg ennek a számnak alsó és felső hibakorlátját!
   b) Mit tudunk tenni, hogy javítsunk az érték megbízhatóságán?

10. [Forrás: C, 224. oldal]
Egy szépen gondozott gyepen is előfordulnak kártékony gyomok. Vizsgálták ezek előfordulását oly módon, hogy sok, egyenként 7 g tömegű fűmintát szedtek össze, és megnézték, hogy a bennük található magvakból mennyi a kártékony. Ez a szám persze mintánként más és más volt, de sok minta megvizsgálása után megállapították, hogy átlagosan 2 ilyen mag van egy mintában. Tekintve a magvak nagy számát, ez „ritka" előfordulást jelent; feltételezhetjük tehát, hogy a gyommagok száma Poisson-eloszlást követ. Eszerint $\lambda = 2$; a számolás megkönnyítésére kiszámítottuk p_0-t is: $p_0 = 0{,}1353$.
    a) Mi annak a valószínűsége, hogy maximum 2 ilyen magot találunk egy mintában?
    b) Mennyi ennek az eloszlásnak a várható értéke és a szórása?
    c) Mekkora a biztos hibakorlát?

D3: Dichotóm és dichotomizált adatok

1. „Komoly tudományos vizsgálatok” minden kétséget kizáróan megállapították, hogy a magyarországi egyetemisták ¾ része kékszemű. Mi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott 10 fős tanulócsoportban pontosan 4 kékszemű hallgató legyen? És mi a valószínűsége, hogy legfeljebb 2 kékszemű legyen?

2. Egy 53 fős egyetemi évfolyamon mindössze 6 fiú van. A nemek egyenlő, 50-50%-os előfordulását feltételezve okozhat-e a ilyen szélsőséget a véletlen ingadozás? Számítsák ki, mi a valószínűsége egy ilyen szélsőséges eset előfordulásának!

3. A Statisztikai Hivatal állítása szerint minden negyedik háztartásban egynél több személygépkocsi van. Megkérdeztek 12 családot, és ötnél találtak 2 vagy több autót. Ellentmond-e ez a Statisztikai Hivatal állításának? Használjon normális közelítést!

4. A Statisztikai Hivatal adatai szerint a magyar háztartások 8%-ában van mosogatógép. Fiatal szociológusok egy csoportja megvizsgált 200 véletlenszerűen kiválasztott háztartást, és – többek között – ezt is feljegyezték. Mintájukban 21 mosogatógép volt. Szignifikánsan több-e ez, mint amit a Statisztikai Hivatal állít?

5. Számítsuk ki az ötöslottó telitalálatának valószínűségét! Számolási gyakorlatként határozzuk meg, hogy milyen valószínűséggel lesz 1, 2, 3 vagy 4 találatunk! (A 0 találat valószínűségét már nem is kell külön kiszámítanunk. Miért?)

6. Egy ritka antigén-struktúra – vércsoport – előfordulásáról megállapították, hogy hazánkban átlagosan a lakosság 2%-ánál található meg. Mi a valószínűsége, hogy egy 110 fős létszámú évfolyamon nem találunk több, mint 3 ilyen vércsoporthoz tartozó személyt?

A 7-14. példákban feltett kérdésekre *előjelpróbával* keressük a választ!

7. [Forrás: S, 79. oldal]
Különböző körülmények között (óvodában és otthon) nevelt ikreknél a „szociális fogékonyságot” vizsgálták; a gyerekek szociális szituációkat ábrázoló képekkel kapcsolatban föltett kérdésekre feleltek. A fogékonyságot 0 és 100 közt pontozták.

Az ikerpár jele	Óvodában	Otthon
A	82	63
B	69	42
C	73	74
D	43	37
E	58	51
F	56	43
G	76	80
H	65	62

Van-e különbség az óvodába járó vagy nem járó gyerekek között?

8. Húsz beteg kapott kezelést. Az első oszlopban a kezelés előtti, a másodikban a kezelés utáni értékek állnak. A kezeléstől azt várjuk, hogy csökkentse a vizsgált értéket. Hatásos volt-e az alkalmazott kezelés? (Szignifikanciaszint: 5%)

A beteg sorszáma	Előtte	Utána
1	3,24	3,21
2	3,25	3,26
3	3,33	3,30
4	3,41	3,32
5	3,50	3,43
6	3,26	3,26
7	3,32	3,32
8	3,24	3,27
9	3,29	3,26
10	3,25	3,23
11	3,51	3,42
12	3,41	3,41
13	3,37	3,31
14	3,43	3,40
15	3,32	3,36
16	3,33	3,36
17	3,36	3,31
18	3,44	3,40
19	3,28	3,28
20	3,28	3,25

9. Egy felmérés során azt vizsgálták, hogy változik-e a pulzusszám a fáradtság hatására. 16 személy a pulzusszám-mérés után két órán át komoly fizikai munkát végzett, majd újra megmérték a pulzusszámukat.

Munka előtt	Munka után
69	71
61	62
65	66
63	65
54	55
71	70
57	55
63	65
54	55
54	54
57	56
64	63
69	67
56	58
67	67
53	56

Változott-e a pulzusszám?

10. SMS-ek írására akarta bíztatni egy cég a fiatalokat, és ennek érdekében reklámfilmet készített. Egy 20 személyes csoporton vizsgálták, hogy a film megnézése előtti és utáni héten mennyi SMS-t írtak.

	Előtte	Utána
1	20	25
2	15	13
3	21	21
4	30	31
5	16	17
6	8	9
7	42	48
8	19	19
9	4	3
1	18	20
1	23	25
1	28	34
1	16	16
1	20	19
1	23	25
1	36	40
1	36	35
1	18	22
1	17	24
2	21	22

Hatásos volt-e a reklámfilm?

11. [Forrás: R, 400. oldal]
Két tengerimalac-tenyészetet akartak összehasonlítani az átlagos fészekalja mérete alapján. Mivel környezeti (pl. időjárási) tényezők befolyásolják a szaporulatot, az egyes évek adatait összetartozó pároknak tekintették a két – egyébként független – tenyészetben.
(Figyeljük a háborús évek viszonylag alacsony szaporulatát; ez feltehetőleg a táplálás és a gondozás „rendkívüli” körülményeire utal.)

Év	„A” törzs	„B” törzs
1916	2,68	2,36
1917	2,60	2,41
1918	2,43	2,39
1919	2,90	2,85
1920	2,94	2,82
1921	2,70	2,73
1922	2,68	2,58
1923	2,98	2,89
1924	2,85	2,78

Van különbség a tenyészetek között?

12. [Forrás: S, 70. oldal]
Azt vizsgálták, hogy hogyan befolyásolja a szülők nevelési nézeteit az a körülmény, hogy a gyermek születéskor az apa háborúban volt katonaként. Egy ötfokú skálán pontozták, hogy mennyire helyesli, mennyire fogadja el a két szülő az apai szigort. Az ötfokú skálán 1 jelenti a teljes elfogadást, 5 a teljes elutasítást. A hipotézis az volt, hogy ilyen esetekben a szigorúságot az anya helyesli jobban.

Név	Apa	Anya
Arnold	4	2
Brown	4	3
Burgman	5	3
Ford	5	3
Harlow	3	3
Holman	2	3
Irwin	5	3
Marston	3	3
Mathews	1	2
Moore	5	3
Osborne	5	2
Snyder	5	2
Soule	4	5
Statler	5	2
Wagner	5	5
Wolf	5	3
Wycoff	5	1

13. [Forrás: B, 105. oldal]
Tíz betegnek random sorrendben adtak egy-egy hétig placebót, illetve egy újfajta nyugtatót. Mindkét hét végén ki kellett tölteniük egy kérdőívet, amelyből a szorongás foka állapítható meg (0–30 közti pontszámmal). Az eredmények:

Sorszám	Nyugtató	Placebo
1	19	22
2	11	18
3	14	17
4	17	19
5	23	22
6	11	12
7	15	14
8	19	11
9	11	19
10	8	7

Csökkentette a szorongást a nyugtató?

14. [Forrás: O, 312. oldal]
14 kutyát két egyforma csoportra osztottak szét randomizálással. Az egyik csoport benzedrint kapott, a másik placebót. Két hét múlva a csoportok szerepet cseréltek. A kísérlet tehát önkontrollos, a *sorrend* randomizálásával.
Minden esetben a szívritmust mérték, két órával a szer beadása után.. Hipotézis: a benzedrin emeli az ütésszámot. (Az adatok: ütés/perc.)

Kutya	Placebo	Benzedrin
1	250	258
2	271	285
3	243	245
4	252	250
5	266	268
6	272	278
7	293	280
8	296	305
9	301	319
10	298	308
11	310	320
12	286	293
13	306	305
14	309	313

Alátámasztja-e ez a kísérlet a hipotézist?

15. [Forrás: B, 415. oldal]
Azt vizsgálták, hogy másképp gyógyul-e a gyomorfekély aszerint, hogy a beteget otthon vagy kórházban kezelik.
Az adatok a gyomorfekély méretének *százalékos változását* mutatják, három hónapi kezelés után. A zárójeles felső index egy-egy többször előforduló adat gyakoriságát jelöli; pl. $-91^{(2)}$ azt jelenti, hogy két olyan beteg volt, akinek a fekélye 91%-kal csökkent (azaz az eredeti fekély 9%-a maradt meg).

Csoport	Esetszám	Adatok (az eredeti fekély méretének %-ában)
Kórházi kezelés	32	$-100^{(12)}$ –93 –92 $-91^{(2)}$ –90 –85 –83 –81 –80 –78 –46 –40 –34 0 29 62 75 106 147 1321
Ambuláns kezelés	32	$-100^{(5)}$ –93 –89 –80 –78 –75 –74 –72 –71 –66 –59 –41 –30 –29 –26 –20 –15 20 25 37 55 68 73 75 145 146 220 1044

a) Találunk-e különbséget? (Azt is mondjuk meg, milyen módszert választottunk!)
b) Más módszert is tanultunk hasonló problémák vizsgálatára. Ebben az esetben miért nem azt választottuk?
c) Végezzük el az összehasonlítást ezzel a másik, itt nem megfelelő módszerrel is! Ugyanazt az eredményt kaptuk, mint előbb?

16. [Forrás: R, 218. oldal]
Egy bizonyos rovar (Daphnia longispina) két, genetikailag eltérő törzsét vizsgálták. Azt szerették volna megtudni, hogy különbözik-e a két törzs abból a szempontból, hogy a nőstény rovarok hány napos korukban kezdik a szaporodást. Az adatok a szaporodás kezdetének átlagos napját adják meg; minden adat egy megfigyelt rovarcsoport átlagértékét mutatja. Mindkét törzsből hét csoportot figyeltek meg. Használjanak mediánpróbát annak megállapítására, hogy a vizsgált szempontból van-e különbség a két törzs között!

I. törzs	II. törzs
7,2	8,8
7,1	7,5
9,1	7,7
7,2	7,6
7,3	7,4
7,2	6,7
7,5	7,2

17. Felnőtt férfiak testmagasságát vizsgálták különböző országokban. Az alábbi adatok a magyar és az olasz férfiakból kiválasztott minta magasság-adatait tartalmazza. Van-e különbség az olasz és magyar férfiak magassága között?

Olasz	Magyar
160	181
180	188
167	176
171	185
185	179
173	190
171	192
179	184
158	163
190	184
178	178
182	198
180	165
179	170
165	179

Végezzenek mediánpróbát!
Talán jobb lett volna más próbát választani. Melyiket – és miért?

18. [Forrás: R, 341. oldal]
A következő adatok levelek formáját, a hosszúság/szélesség arányt adják meg, három rokon növényfajtánál (D,G,N). Kérdés, hogy van-e különbség a fajták között? (Használjanak mediánpróbát!)

D	G	N
1,53	1,67	2,18
1,70	1,68	2,00
1,76	1,38	1,93
1,48	1,66	2,00
1,61	1,38	1,94
1,71	1,70	1,93
1,59	1,58	1,77
1,52	1,49	2,06
1,44	1,48	2,00
1,45	1,28	1,87
1,45	1,55	1,79
1,57	1,29	1,65
1,43	1,36	
1,56	1,47	
	1,59	
	1,37	

19. [Forrás: P, 110. oldal]
Azt vizsgálták, hogy a kezelt vagy kezeletlen egerek tanulják-e meg hamarabb az útvesztő hibátlan végigfutását.
Az A csoport placebót kapott, a B csoportot kezelték. Az adatok a tanuláshoz szükséges futások számát mutatják.

Kérdés: mondhatjuk-e, hogy a kezelés eredményes?

A csoport	B csoport
10	5
13	8
13	8
14	9
14	9
14	10
16	10
17	11
17	12
19	12
19	12
19	14
20	14
20	15
22	15
22	17
22	17
24	17
25	23
26	24

20. Két autót akartak összehasonlítani abból a szempontból, hogy mennyi idő alatt gyorsulnak fel 100 km/óra sebességre. Mindkét autón több mérést végeztek; az időket tizedmásodperc pontossággal rögzítették. Az eredmények a következők voltak:

1. autó		2. autó	
9,8	8,8	7,2	9,8
10,3	10,8	6,7	7,7
8,4	9,9	8,4	10,2
10,2	9,6	9,2	9,4
9,6	8,2	8,8	9,3
9,0	11,2	7,8	

Van különbség az autók gyorsulási ideje közt?

D4: Négymezős táblázatok

Számítsuk ki az alábbi táblázatokból az asszociációs együtthatót, és ha lehet, végezzük el a χ^2-próbát!

1.

5	14
5	6

2.

12	4
11	13

3.

5	7
5	13

4.

2	13
14	9

5.

10	200
30	0

6.

10	20
28	2

7. A megkérdezettek fiatalok és öregek voltak. Arra kellett válaszolniuk, hogy szeretik-e a bűnügyi filmeket. A kérdéssel arra kerestünk választ, hogy összefügg-e a kor és a krimi kedvelés. Az öregek közül 8 válaszolt igennel és 12 nemmel, a fiatalok közül 22 igennel és 8 nemmel. A két változó közti összefüggés szorosságát fejezzük ki kontingencia-együtthatóval, és döntsük el, hogy ez az együttható szignifikáns-e?

8. Negyven TV előfizető vallott az egyes műsortípusokról. Kiderült, hogy a könnyűzenei műsorokat 18-an, a bűnügyi filmeket 22-en szeretik a megkérdezettek közül. Tudjuk még, hogy 12 azoknak a száma, akik a könnyűzenét és a bűnügyi filmeket egyaránt szeretik. Írják fel a négymezős táblázatot és számítsák ki a két műfaj kedvelése közti kapcsolat szorosságának jellemzésére a kontingencia-együtthatót két tizedes pontossággal! Vizsgálják meg, hogy szignifikáns-e a kapcsolat!

9. Negyven TV előfizető vallott az egyes műsortípusokról. Kiderült, hogy a színházi műsorokat 15-en, a sportközvetítéseket 25-en szeretik a megkérdezettek közül. Tudjuk még, hogy azoknak a száma, akik a színházi műsorokat és a sportközvetítéseket egyaránt szeretik 6. Írják fel a négymezős táblázatot és számítsák ki a két műfaj kedvelése közti kapcsolat szorosságának jellemzésére az asszociációs együtthatót két tizedes pontossággal! Vizsgálják meg, hogy szignifikáns-e a kapcsolat!

10. Egy vizsgálat során azt nézték, hogy van-e különbség a 20 és a 30 évesek közt a szemüvegviselők arányában. Összesen 70 személyt vizsgáltak, ebből 45-nek nem volt szemüvege. 30 megvizsgált húszéves közül 10-en viseltek szemüveget. Állapítsa meg, hogy van-e különbség a két vizsgált korosztály közt szemüvegviselésben!

11. Boldogít-e a pénz? Ezt kutatták a szociológusok, amikor 20 magas jövedelmű és 40 alacsony jövedelmű személyt vizsgáltak meg, hogy elégedettek, kiegyensúlyozottak-e. A vizsgálat a magas jövedelműek felét, az alacsony jövedelműek háromnegyedét mutatta kiegyensúlyozottnak. Fejezzük ki a jövedelem és a kiegyensúlyozottság összefüggését kontingencia-együtthatóval, és állapítsuk meg, hogy szignifikáns-e az együttható!

12. Kedvet csinálnak a filmek az olvasáshoz? Vagy éppen ellenkezőleg: a moziba járás elveszi az olvasás elől az időt? Erre kerestek választ, amikor megkérdeztek 60 véletlenszerűen kiválasztott fiatalt. Kétharmaduk volt gyakori mozilátogató, de csak egyharmad részük olvasott rendszeresen. Mindössze tízen voltak a megkérdezettek között, akik se nem olvastak, se moziba nem jártak. Milyen szoros az összefüggés a moziba járás és az olvasás közt? Fogalmazzuk meg a vizsgálat általános tanulságait!

13. Egy gimnázium valamennyi végzős diákjáról, összesen 70 diákról két adatot jegyeztek fel: 5-ösük volt-e félévkor magyarból és rendszeres színházlátogatók-e. A 25 jeles magyaros közt és a többiek közt egyaránt 15-15 rendszeres színházlátogatót találtak. Fejezzük ki a megfelelő mérőszámmal a színházlátogatás és a magyar tantárgybeli teljesítmény közti összefüggést, és állapítsuk meg, hogy ez az összefüggés szignifikáns-e! Fogalmazzuk is meg, hogy mit jelent ez a szignifikancia!

14. Magas vérnyomásos betegek kezelésére új gyógyszert alkalmaztak. A gyógyszer igen hatásosnak bizonyult, de egy idő után a betegek egy része – egész pontosan a fele – erős szédülésről panaszkodott. Fölmerült a gyanú, hogy a szédülés nem annyira a gyógyszer mellékhatása, mint inkább a betegek által szedett más gyógyszerekkel való interakció következménye. (Ezekről pontos kimutatást vezettek.) Az új gyógyszerrel kezelt mind az 50 beteg adatainak átnézése után egyértelműen úgy tűnt, hogy az új gyógyszer az altatókkal fér legkevésbé össze: a szédülésről panaszkodó valamennyi beteg rendszeresen szedett valamilyen altatót. De 15-en szedtek altatót olyanok is, akik egyáltalán nem szédültek. Valószínűsíteni tudjuk-e a fenti adatokból az altatók és az új hipotenzív gyógyszer közti interakciót? Számítsuk ki a szédülés fellépése és az altatók szedése közti kontingencia-együtthatót is!

15. Egy véletlenszerűen kiválasztott évfolyamon 15 budapesti és 20 vidéki hallgató van. Megállapítottuk, hogy a budapestiek kétharmadát, a vidékiek felét első jelentkezésre vették fel. Olyan lényeges-e ezek között az arányok közt a különbség, hogy abból általános következtetések vonhatók le a többi egyetemistára vonatkozóan is?

16. Véletlenszerűen kiválasztva egyetemünkön egy évfolyamot, néhány kérdést tettünk fel nekik szokásaikra vonatkozóan. Kiderült, hogy a fiúk közül 14-en dohányoznak, 16-an nem, míg a lányok közül 56 a dohányos és 14 nem az. Hogyan tudnánk ezekből az adatokból eldönteni, hogy az egyetemisták esetében a fiúk vagy a lányok közt magasabb-e a dohányosok aránya?

17. A dohányzás mértéke világszerte csökken, csak néhány országban (köztük Magyarországon) erősödik tovább ez a káros szokás. Úgy tűnik, a vidék nemcsak „fölzárkózott”, hanem el is hagyta a fővárost. Megvizsgálva 80 egyetemista szokásait (fele budapesti, fele vidéki) azt találták, hogy a budapestiek fele, a vidékiek háromnegyede dohányos. Elég nagy-e ez a különbség ahhoz, hogy belőle általános következtetést vonhassunk le?

18. Harminc egyetemista lány köztl0, ugyanannyi fiú közt csak fele ennyi aktív sportolót találtak. Mondhatjuk-e ennek alapján, hogy a lányok közt magasabb a sportolók aránya?

19. Az egyetemi előadások elnéptelenedésének egyik szomorú megfigyelője úgy látta, hogy a fiúk kevésbé járnak órákra, mint a lányok. Titokban figyelte a részvételt (rendszeres óralátogatónak azt tekintve, aki kettőnél többször nem hiányzott), és azt találta, hogy bár a 120-as gyógyszerész évfolyamnak éppen a fele jár rendszeresen órákra, a 30 fiúból mindössze 10-en tartoznak ezek közé. Alátámasztják-e ezek az adatok a lányok szorgalmasabb óralátogatását?

20. Van-e a vizsgázással (és általában az egyetemmel) járó izgalmaknak neurotizáló hatása? A kérdés általánosságban aligha dönthető el; egy kutató csupán egy tünet, az extraszisztolék jelentkezését vizsgálta egy 240 főből álló csoportban. Beiratkozáskor 75 diáknak voltak extraszisztolléi, közülük 67-nek a tünetei változatlanul fennálltak a diplomaosztáskor is. A csoportban 148 olyan diák volt, akinél sem az egyetem kezdésekor, sem befejezésekor nem találtak extraszisztolét. Milyen általános következtetések vonhatók le ezekből az adatokból?

21. Egy középiskolás építőtábor „melléktermékeként” adatokat gyűjtöttek arra vonatkozóan, hogy jót tesz-e a pattanásos arcbőrnek a sok napozás. A tábor kezdetén a 420 diákból 150-et minősítettek „pattanásosnak”, a tábor végén 130-at. Ennyi azonban kevés ahhoz, hogy a kérdésre válaszolhassunk. További adatok: a kezdeti „pattanásosok” közül a végén csak 110-nek voltak pattanásai, a többi 20 az eredetileg „egészségesek” közül került ki. Válaszoljunk (természetesen a megfelelő számítások elvégzése után), hogy milyen hatással volt a sok napsütés az arcbőrre?

22. Egy A-nak nevezett anyag izomgörcsöt vált ki kísérleti patkányokban. Az általunk használt dózis hatása olyan, hogy 40 patkány közül 31-nél áll be a görcs. A B anyag valamelyest kivédi a görcskeltő hatást: az előbbivel megegyező dózisú A anyag mellett B-t adagolva 40 patkányból csak 25 görcsölt. Bizonyítja ez, hogy B befolyásolja az A anyag görcsöt kiváltó hatását?

23. Az előző példához kapcsolódva válaszoljunk arra a kérdésre, hogy maximálisan hány állatnak szabad görcsölnie az A és B anyagok együttes adásakor, hogy B görcsgátló hatását a p=0,1-es szinten igazoljuk?

24. Sokan érvelnek azzal, hogy a katonaság alatt szoktak rá a dohányzásra. Ennek ellenőrzésére megkérdeztünk 270 újoncot, hogy dohányzik-e, és leszerelésükkor újra megkerestük őket. Közülük 200-tól mindkét alkalommal igenlő választ kaptunk. A 64 nemdohányzóból a második alkalommal 21-en már dohányoztak, viszont 6 olyan is akadt, aki bevonuláskor dohányzott, leszereléskor már nem. Igazolható-e ennek alapján a katonaság dohányzás-kiváltó hatása?

25. Egy baleset színhelye előtt és után 1–1 km-rel figyelték, hogy hány autó halad a megengedett sebességnél gyorsabban. Összesen 200 autót figyeltek meg; ebből a baleset színhelye után 1 km-rel 12, előtte 1 km-rel 40 haladt a megengedettnél gyorsabban. Olyan autó, amelyik előtte is, utána is túllépte a megengedett sebességet, tíz volt a 200 közül. Kérdés, hogy hatással van-e a vezetőkre a baleset látványa, illetve: tükröződik-e ez a hatás a sebességkorlátozás figyelembevételében?

26. Vizsgálva egy szövettenyészetet, megfigyeltünk 100 sejtet, és megállapítottuk, hogy közülük egyszerre 30 volt az osztódás állapotában. Ha egy ugyanilyen tenyészethez valamilyen szaporodást gátló anyagot tettünk, a 100 megfigyelt sejt közül csak 20-at találtunk osztódási állapotban. Eszerint befolyásolja a szóban forgó anyag a sejtszaporodást?

27. Az előző példában leírt vizsgálatot gondosabban akartuk elvégezni, ezért a gátló anyag jelenlétében nem 100, hanem 300 sejtet figyeltünk meg; ezek közül 60 volt éppen szaporodásban. Mit mondhatunk ennek alapján az anyag hatásáról?

28. Az előző két példában nemcsak az anyagok voltak azonosak, hanem a számszerű eredmények is: a sejtek 20%-a szaporodott mindkét megfigyelés esetén. Mégis az első esetben hatástalannak, a másodikban hatásosnak találtuk a vizsgált anyagot. De mit változtat a vizsgált anyagon (és annak hatásán) az, hogy hány sejtet számlálunk meg?

29. Feltéve a továbbiakban is, hogy a gátló anyag hozzáadása után mindig pontosan a sejtek egyötöde szaporodik egy időben (mint ahogy a 26. és 27. példában is történt), hány sejtet kell minimálisan leszámlálnunk, hogy 5%-os szinten bizonyítani tudjuk a vizsgált anyag osztódás gátló hatását?

30. Az A és B csoport különböző preventív kezelésben részesült egy járvány kitörése előtt. Úgy tűnik, a B kezelés rosszabb: a betegséget többen kapták meg. Az eredményeket négymezős táblázatba foglaltuk:

	Beteg	Nem beteg	
A	5	6	11
B	8	2	10
	13	8	21

Ha a két kezelés egyformán jó (nullhipotézis), akkor ennek az eredménynek a valószínűsége: p=0,102167.

a) Írják föl azt a két táblázatot, amelyik – B „kárára” – még szélsőségesebb eredményt jelent, mint a fönti!
b) Ehhez a két táblázathoz is tartozik egy-egy valószínűség. Számítsák ki ezeket!
c) Mi annak az eloszlásnak a neve, amelyik ezeket a valószínűségeket adja?
d) Valóban kimutatható ilyen különbség a két kezelés között?

31. Egy oltás hatásosságát vizsgálták. Azt kaptuk, hogy 10 beoltott közül ketten betegedtek meg, míg a 15 nem beoltott közül tízen.
Hatásos volt-e az oltás?

32. Azt vizsgálták, hogy van-e különbség fiúk és lányok között a szőke haj tekintetében. 13 fiúból 1 volt szőke, míg 15 lány közül 6.
Találunk-e különbséget?

33. Egy hirtelen jött ónos eső miatt több vonalon rendszertelen volt a vonatközlekedés. Mondhatjuk-e az alábbi adatok alapján, hogy a vizsgált két vasútvonal között különbség van? Az egyik vonalon 15 vonatból 3 késett, a másikon 10 vonat közlekedett, és a fele késett.

34. Azt vizsgálták, hogy van-e különbség a szürke és fehér egerek között abban, hogy milyen gyakran pusztulnak el rákban. 200 szürke egérből 4 volt rákos, míg 10 fehérből 2. Van különbség a kétfajta egér között?

35. Egy sportiskolában általános iskolás gyerekek sportolhatnak. A jelenlegi létszámból, ami 35 fő, 15-en fociznak, a többiek más sportot űznek. A 10 első osztályos közül hárman fociznak. Kérdés, kevesebb-e az elsősök között a focista, mint a többiek közt?

36. Egy iskolában két osztály tanulóit hasonlították össze abból a szempontból, hogy hányan viselnek szemüveget. Van-e különbség a két osztály között ebben a tekintetben, ha az „A” osztályba 28-an járnak, a „B” osztályban 32 gyerekből 15 szemüveges, és összesen 21 szemüveges van a két osztályban. Ha van különbség, azt mindenképp ki szeretnénk mutatni (nem akarunk második fajta hibát elkövetni); ennek megfelelően végezzük a statisztikai próbát.

D5: Kontingenciatáblázatok

1. [Forrás: E, 178. oldal]
   Azt vizsgálták 310 diák között, hogy van-e összefüggés az étkezési (helyes táplálkozás) és a testgyakorlási szokások között. Azaz igaz-e, hogy aki egészségesebben étkezik, az többet is mozog?
   Három csoportba osztották mindkét vizsgált szempontot, legyenek ezek „gyenge”, „közepes” és „jó”. A felmérés eredménye a következő:

diéta \ mozgás	gyenge	közepes	jó	
gyenge	23	81	31	
közepes	15	47	22	
jó	23	35	33	

   Találunk-e összefüggést az életmód két mutatója között?
   Számolják ki a kontingencia-együtthatót és az asszociációs együtthatót is!
   Értelmezzék is őket a feladatra vonatkoztatva.

2. [Forrás: S, 177. oldal]
   A város lakóit négy társadalmi osztályba sorolták (a felső társadalmi osztály az I-es, és így tovább), és azt nézték, hogy gyermekeiket milyen középiskolába járatják (tagozatos, általános, szakközépiskola). Úgy találjuk, hogy a különböző társadalmi osztályokba tartozók más iskolatípusokat részesítenek előnyben?

iskola \ társ.osztály	I	II	III	IV	
tagozatos	23	40	16	2	
általános	11	75	107	14	
szakközép	1	31	60	10	

   Számolják ki az együtthatókat is!

3. [Forrás: A, 21. oldal]
   Azt vizsgálták, hogy van-e kapcsolat valakinek az elégedettsége és jövedelmének nagysága között.

elégedettség / havi jövedelem	nagyon elégedetlen	kicsit elégedetlen	meglehetősen elégedett	nagyon elégedett	
<60 000 Ft	20	24	80	82	
60 000–150 000 Ft	22	38	104	125	
150 000–250 000 Ft	13	28	81	113	
>250 000 Ft	7	18	54	92	

Mit mondhatunk, van ilyen kapcsolat?
Melyik együtthatót számolhatjuk?

4. [Forrás: F, 197. oldal]
   A kéz- és a szemdominancia között kerestek kapcsolatot. A következő eredmények alapján mondhatjuk-e, hogy van köztük összefüggés?

szem / kéz	bal	két	jobb	
balkezes	34	62	28	
kétkezes	27	28	20	
jobbkezes	57	105	52	

5. [Forrás: S, 182. oldal]
Függ-e az anyák iskolai végzettségétől, hogy milyen gyakran érdeklődnek gyermekeik iránt az iskolában? A megfigyelés eredményei a következők:

végzettség / látogatás	≤8 osztály	10 osztály	12 osztály	néhány félév felsőoktatás	főiskola	egyetem	
0 látogatás	2	1	2	0	0	0	
1 látogatás	2	3	2	0	0	0	
2 látogatás	1	3	2	1	2	1	
3 látogatás	2	1	1	1	0	0	
4 látogatás	1	1	1	1	1	0	
5 látogatás	1	1	2	0	1	0	
6 látogatás	0	1	1	0	0	1	
7 látogatás	1	0	1	0	0	0	
8 látogatás	0	0	1	0	0	0	
9 látogatás	0	0	0	1	0	0	

Ezekből az adatokból hogyan juthatunk el odáig, hogy egy tanult statisztikai módszert alkalmazhassunk? A számításokat csak ez után végezzék el!

6. [Forrás: A, 32. oldal]
A végzős középiskolások és szüleik pártelkötelezettségét mérték. Van-e kapcsolat a szülők és a gyerekek választása között?

szülő / gyerek	demokrata	független	republikánus	
demokrata	604	245	67	
független	130	235	76	
republikánus	63	180	252	

Milyen együtthatót lehet számítani, és miért?

7. [Forrás: O, 300. oldal]
Szociológiai vizsgálatot végeztek annak meghatározására, vajon az a tény, hogy egy fizikai munkás mennyi ideig marad meg első munkahelyén, függ-e valamelyest az illető iskolai végzettségétől. A szakszervezeti tagnyilvántartásból választottak egy véletlen mintát. Az adatokat alább látjuk. Az iskolázottság is és a munkahelyen eltöltött idő is években van megadva.
Végezzenek statisztikai próbát arra a hipotézisre, hogy a „munkaidő hossza az első munkahelyen” és az „iskolázottság mennyisége” változók közt összefüggés van!

Számolják ki a megfelelő együtthatót is! Számolhatunk asszociációs együtthatót is ebben az esetben?

iskolázottság / munka	0–4,5	4,5–9	9–13,5	13,5 fölött	
0–2,5	5	21	30	33	
2,5–5	15	35	40	30	
5–7,5	22	16	15	30	
7,5 fölött	28	10	8	10	

8. [Forrás: O, 299. oldal]
Vizsgálatot végeztek annak tanulmányozására, hogy van-e valami összefüggés a szavazási részvétel és az iskolázottság közt. Véletlenszerűen kiválasztottak 105 állampolgárt, és kikérdezték őket, hogy milyen gyakran szavaznak, és mi az iskolai végzettségük. Az eredmények:

szavazás / végzettség	soha	néha	mindig	
általános iskola	11	12	11	
középiskola	7	15	13	
egyetem	2	20	14	

Kimondható, hogy kapcsolat van az iskolai végzettség és a szavazás gyakorisága között?

9. [Forrás: M, 464. oldal]
A hányinger általános tünet frissen operált betegek között. Az orvosok egy csoportja két olyan gyógyszert próbált ki, amelyek remélhetőleg megelőzik a hányinger kialakulását. Egy nagy kórház 180 operáció céljából bent fekvő betegét választották ki a vizsgálatra; közülük 60 az A gyógyszert kapta, 60 a B gyógyszert, az utolsó 60 pedig egy hatóanyag nélküli tablettát (placebót). Röviddel a műtét után csoportokba osztották a betegeket aszerint, hogy mennyire éreznek hányingert. Az adatok a táblázatban találhatók. Bizonyítják ezek, hogy különbség van a két gyógyszeres és a placebós csoport között a posztoperatív hányinger szempontjából?

hányinger / gyógyszer	nincs	kicsit	tűrhető	erős	
A gyógyszer	40	10	6	4	
B gyógyszer	36	12	4	8	
placebó	30	16	8	6	

10. [Forrás: D, 134. oldal]
Függ-e a vércsoporttól a gyomorrák és a fekély kialakulása?

beteg / vércsoport	gyomorrák	fekély	kontroll	
0	400	1000	3000	
A	400	700	2500	
B	75	150	500	
AB	25	50	200	

Számítsák ki a megfelelő együtthatót is!

11. [Forrás: C, 252. oldal]
Az előző feladat valódi adatai az alábbiak voltak. (Látható, hogy ha valamiből túl kevés adat áll rendelkezésre – mint itt az AB vércsoportból –, azt nem használják fel.)

beteg / vércsoport	gyomorrák	fekély	kontroll	
0	383	983	2892	
A	416	679	2625	
B	84	134	570	

12. [Forrás: A, 52. oldal]
Hogyan vélekednek a legbefolyásosabb pszichiátriai iskolák hívei a skizofrénia okáról? Van-e különbség a két nézet között? Számolják ki a kontingencia-együttható értékét is!

kiváltó ok / iskolák	öröklés	környezet	a kettő együtt	
eklektikusok	90	12	78	
szomatikusok	13	1	6	
pszicho-analitikusok	19	13	50	

13. Van-e kapcsolat az iskola iránti attitűd és a tanulmányi eredmény között?

eredmény / attitűd	1	2	3	4	5	
negatív	9	5	4	4	6	
semleges	10	10	7	3	1	
pozitív	6	5	3	12	15	

A kapcsolat szorosságának mérésére számolják ki mindkét tanult együtthatót!

14. [Forrás: O, 300. oldal]
Egy 145 fős véletlen mintát választottak ki különböző foglalkozásúakból, hogy tájékozódjanak az emberek véleményéről a rendőrségi eljárásokat illetően. Mindenkit megkérdeztek, hogy mondja meg, hogy szerinte a rendőr jobban, ugyanúgy vagy rosszabbul kezelné őt, mint egy közönséges bűnözőt. A következő táblázat összegzi az eredményeket.
Kimondhatjuk-e, hogy „a rendőrség felé irányuló elvárás" függ az emberek foglalkozásától?

bánásmód / foglalkozás	jobb	ugyanolyan	rosszabb	
munkanélküli	6	23	11	
fizikai munkás	17	30	8	
értelmiségi	16	28	6	

15. [Forrás: B, 210. oldal]
Egy 1950-ben készült vizsgálat azt nézte, hogy van-e összefüggés a TBC különböző kezelési módjai és a gyógyulás között.

A köpet pozitivitási foka

vizsgálati eredmény / kezelés	pozitív kenet	negatív kenet pozitív tenyészet	negatív kenet negatív tenyészet	
PAS	56	30	13	
sztreptomicin	46	18	20	
mindkettő	37	18	35	

Mérje a kapcsolat szorosságát!

16. Egy „kísérleti” (ahol pedagógiai kísérleteket folytatnak) és egy „hagyományos” osztály tanulóit hasonlították össze a kutatók (többek közt) kreativitás szempontjából. A megfelelő teszt pontértékei alapján négy csoportba sorolták a tanulókat: nem, kicsit, nagyon, kiemelkedően kreatív. Az eredményeket kontingenciatáblázatba foglalták, abban azonban technikai hiba folytán jó néhány szám eltörlődött.

Egészítsék ki a táblázatot, és válaszoljanak arra a kérdésre, hogy kreativitás szempontjából különböznek-e a kísérleti és a hagyományos osztály tanulói! Számoljanak együtthatókat is!

kreativitás / osztály	nem	kicsit	nagyon	kiemelkedően	
kísérleti	6			12	30
hagyományos		8	5		31
	20	10		16	61

17. Az alábbi kontingenciatáblázat az iskolába járás iránti motiváció és az életkor összefüggését mutatja egy kis mintán.

kor \ motiváció	nem szeret	közömbös	szeret	
7 éves	3	6	9	
9 éves	4	4	4	
11 éves	8	6	4	

Mérjék meg a két változó közti kapcsolatot asszociációs együtthatóval!
Számíthatunk-e ebből a táblázatból χ^2-próbát?

18. [Forrás: M, 469. oldal]
Egy szociológus azt szerette volna tudni, hogy a fiúk pályaválasztásában van-e olyan tendencia, hogy az apjuk foglalkozását kövessék. Ennek vizsgálatára randomizálással kiválasztottak 500 férfit, és följegyezték a foglalkozásukat és apjuk foglalkozását. Az apa-fiú párok foglalkozásának összesítő táblázata alább látható. Bizonyítják-e az adatok, hogy a fiúk pályaválasztása függ az apa foglalkozásától?

apa \ fiú	vezető beosztású vagy értelmiségi	szakmunkás	segédmunkás	farmer	
vezető beosztású vagy értelmiségi	55	38	7	0	
szakmunkás	79	71	25	0	
segédmunkás	22	75	38	10	
farmer	15	23	10	32	

Számoljanak mérőszámot is!

19. Függ-e a szülők keresetétől, hogy a pályaválasztás előtt álló gyermek mennyire veszi figyelembe választott szakmája várható jövedelmezőségét – azaz mennyire fontos neki a pénz?

szülők jövedelme / számít a pénz	létminimum alatt	alacsony jövedelem	közepes jövedelem	kiemelkedő jövedelem	
nem számít	21	58	46	22	
részben számít	32	54	56	42	
az a legfontosabb	14	6	12	56	

Úgy tűnik, hogy minél magasabb a szülők jövedelme, annál fontosabb a gyerekek számára a pénz. Döntsék el, hogy van-e ilyen kapcsolat, és mérjék meg, hogy az mennyire erős!

20. [Forrás: M, 469. oldal]
A tinédzser korú alkoholizmus súlyos probléma az Egyesült Államokban. Annak földerítésére, hogy a fiatalok miért fordulnak az alkoholhoz, vizsgálták többek közt az alkoholfogyasztás és a társadalmi hovatartozás közti összefüggést. Egy 200 fős véletlen mintát választottak 15 és 19 év közötti tinédzserekből, és kifaggatták őket alkoholfogyasztásukat illetően. A válaszokat összegezve mutatja a táblázat. Elég alapot szolgáltatnak az adatok arra, hogy kimondjuk: a társadalmi hovatartozás és az alkoholfogyasztás közt összefüggés van?

alkohol / család	soha	alkalmanként	rendszeresen	
felső osztály	4	16	10	
felső középosztály	11	40	24	
alsó középosztály	9	47	9	
alsó osztály	6	17	7	

21. Úgy gondolták, hogy valamilyen kapcsolat van aközött, hogy valaki milyen (hány gyermekes) családban nőtt fel, és hogy felnőttként hány gyermeket szeretne. A felmérés adatai a következők:

terv / család	1	2	3	4	5	6 és több	
1	28	32	12	3	2	0	
2	14	38	8	2	1	1	
3	6	8	24	10	14	4	
4	1	2	5	5	2	3	
5	1	0	0	3	1	4	
6	0	1	4	1	1	2	
7	0	0	1	0	1	2	
8 és több	0	0	1	0	0	2	

Igyekezzenek minél több mindent elmondani, amit ennek alapján meg tudnak állapítani!

22. Azt vizsgálták, hogy ugyanannyi dohányos van-e a különböző méretű településeken élők között.
Néhány elnevezés: Világvárosnak nevezték, ahol a lakosság száma meghaladja a 2 milliót. Kisváros az, ahol a lakosok száma nem haladja meg az 500 000-et. A kocadohányos meghatározás azt jelenti, hogy valaki nem gyújt rá minden nap, de hetente biztosan.
Eredmények:
728 világvárosi lakó válaszolt a kérdőívre. Közülük 216 nem volt dohányos, és 317 igen. A falvak lakosai közül 18 vallotta magát kocadohányosnak, és 453-an nem dohányoznak. A nagyvárosokban 1526 válaszoló közül 617-en dohányoznak és 543-an nem. A kisvárosokból a legkevesebben válaszoltak, mindössze 676-an, és közülük 169 volt kocadohányos. Összesen 1435 nemdohányzót számoltak össze és 3916 ember küldte be a választ.
Valóban ugyanolyanok a dohányzási szokások a különböző településeken?

D6: Illeszkedésvizsgálat

1. Egy véletlenszám-generátort tesztelnek. Jól működik-e a generálás, valóban *egyenletesen* oszlanak-e el a különböző számjegyek 250 számjegy megfigyelése után?

számjegy	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
n_j	22	24	28	23	18	33	29	17	31	25	250

2. [Forrás: M, 454. oldal]
A hasi sebészetben jelenleg négy standard sebészi technika létezik, A,B,C és D. Hogy megtudják, egyformán kedvelik-e ezeket az orvosok, megkérdeztek 200 véletlen módon kiválasztott sebészorvost, hogy melyik eljárást tartják a legjobbnak. Az eredmények összegzése:

A	B	C	D
48	68	45	39

Elegendő alapot szolgáltatnak ezek az adatok, hogy kimondhassuk: van különbség a négy technika kedveltségében?

3. [Forrás: M, 453. oldal]
Egy farmakológus 168 gyermeket váró nőt figyelt meg attól kezdve, hogy terhességüket megállapították, egészen a szülésig, és följegyezte a különböző gyógyszerek számát, amit szedtek. Az adatokat három kategóriába összegezte; a végeredmény a táblázatban található. A kutató előzetes feltételezése az volt, hogy a terhesség alatt semmilyen gyógyszert nem fogyasztó nők aránya 5%, míg azoké, akik 5 vagy több gyógyszert szednek 80%.

gyógyszer	semmi	1-4	5 vagy több	
n_j	4	8	156	

Bizonyítják-e ezek az adatok, hogy a terhes nők eloszlása gyógyszerfogyasztás szempontjából szignifikánsan eltér a farmakológus által elképzelttől?

4. Egy iskolában vizsgálták a gyerekek érdeklődési területét. Csak egy „kedvencet” jelölhettek meg. Úgy gondolták, hogy ugyanannyian szeretik a matematikát és a természettudományokat, a humán tárgyakat annyian, mint az előző kettőt együtt, és a készségtárgyakat háromszor annyian, mint a matematikát.
   1036 diák közül 310 volt humán érdeklődésű, 150 szerette a természettudományokat, a matematikát 99-en és a készségtárgyakat 477-en.
   Alátámasztja-e ez az elképzelt arányokat?

5. [Forrás: O, 273. oldal]
   Egy helyi orvos azt gyanítja, hogy a közönséges megfázások előfordulásában szezonális ingadozás van. Úgy becsüli, hogy a megfázások 40%-a télre, 40%-a tavaszra, 10-10%-uk pedig nyárra és őszre esik. A tavalyi év megfázásos betegei közül egy 1000 fős véletlen mintát választottak ki, és a következőt kapták:

évszak	megbetegedés
tél	374
tavasz	292
nyár	169
ősz	165

   Egyetérthetünk az orvos becslésével erre a mintára támaszkodva?

6. [Forrás: O, 273. oldal]
   Vegyük elő újra az előző példa adatait. Mi lenne a nullhipotézis, ha a doktor azt mondaná, hogy nincs szezonális ingadozás a megfázások előfordulásában? Végezzenek statisztikai próbát erre a hipotézisre is!

7. [Forrás: O, 274. oldal]
   Egy depressziót csökkentő szer hatására vonatkozóan korábban vizsgálatokat végeztek olyan felnőtteken, akik a depressziónak semmi jelét sem mutatták. Minden ilyen – normálisokkal végzett – vizsgálatban megkérték a résztvevőket, hogy minősítsék a gyógyszert a következő kategóriák szerint: hatástalan, enyhén hatásos, hatásos. A válaszok százalékos megoszlása 60-30-10 volt, az előbbi kategóriáknak megfelelően. Ezekből az adatokból már olyan nagy adatbank készült, hogy joggal feltételezhető: az eredmények tükrözik az egészséges populáció válasz-eloszlását.
   Egy 85 depressziós személlyel végzett új vizsgálatban a válaszok megoszlása a következő volt: hatástalan: 30
   enyhén hatásos: 35
   hatásos: 20

   Elég bizonyíték van arra, hogy kimondjuk a depressziós és normális felnőttek válaszai százalékos megoszlásának különbözőségét?

8. Az iskolai étkeztetők megbízásából felméréseket készítettek. Megkérdezték – többek között – a gyerekektől, hogy mi a kedvenc ételük. Négy étel közül választhattak, és csak egyet jelölhettek meg. Azt gondolták, hogy a gyerekek harmada fogja választani a rizses húst, ugyanannyi a tejberizst. A zöldborsófőzelékre a gyerekek negyedét várták, viszont a spenótot kedvelőket 12-ed részükre becsülték. Megkérdeztek 1200 gyermeket, közülük 382-en választották a rizses húst, 414-en a tejberizst és 285-en a borsófőzeléket. Alátámasztja-e a vizsgálat az előzetes elképzeléseket?

9. [Forrás: O, 273. oldal]
Megfigyeléseket végeztek egy megyében annak vizsgálatára, hogy az elmebetegek megoszlása szociális státus szerint megegyezik-e a megye teljes lakosságának társadalmi osztályok szerinti megoszlásával. A megfigyelés során kapott gyakoriságok a vizsgálatba bevont 400 elmebeteg esetében a következők voltak:

Alsó társadalmi osztály:	215	Felső középosztály:	60
Alsó középosztály:	100	Felső társadalmi osztály:	25

A teljes lakosságban a különböző társadalmi osztályhoz való tartozás aránya:

p_a=0,25 p_{ak}=0,48 p_{fk}=0,20 p_f=0,07

Ezek segítségével vizsgálja meg a nullhipotézist!

10. [Forrás: C, 224. oldal]
Mérgező gyomok előfordulását vizsgálták. Vettek 98 egyforma apró fűmintát, és megszámolták bennük a mérgező magokat. Egy mintában természetesen rengeteg mag van, de közülük csak néhány mérgező.
Feltételezhető, hogy a mezőn a mérgező gyomok előfordulása Poisson eloszlást követ. A következő eredmények alátámasztják-e ezt a hipotézist?

mérgező (k)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11-	
n_j	3	17	26	16	18	9	3	5	0	1	0	0	98
ν_j	4,781												

11. Úgy tartják, hogy kétszer annyi a szívbeteg, mint ahány a gyomorbeteg. Egy kórházban 1731 betegből 1111 szívbeteg volt.
Alátámasztja-e ez a hipotézist?

Varianciaanalízis (V)

V1: Egyszempontos varianciaanalízis

1. [Forrás: F, 232. oldal]
   Négy csoportnak (A, B, C, D) különböző módokon mutattak értelmetlen szótagokat. Az adatok a hibátlanul felidézett szótagok számát mutatják. Kérdés, ugyanannyit jegyeznek-e meg, ha különböző módokon látják a szótagokat?

A	B	C	D
5	9	8	3
7	11	6	1
6	8	9	4
3	7	5	6
9	7	7	3
7		4	5
4		4	
2			

2. [Forrás: H, 93. oldal]
   Egy kísérletben az inzulin különböző dózisainak hatását vizsgálták a vércukorszintre. Három egyforma csoportot képeztek (A,B,C), és mindegyik más dózisú inzulint kapott. Az inzulin beadása előtt és 5 órával utána mérték a vércukorszintet; az adatok a szint százalékos csökkenését jelentik.

A	B	C
13,6	19,2	23,8
17,4	23,9	28,0
21,8	26,0	31,2
14,7	16,4	16,2
16,3	19,5	20,4
21,2	22,1	24,2

   Van-e különbség a különböző dózisok hatása között?

3. [Forrás: M, 380. oldal]
Egy kísérletező úgy gondolta, hogy a csirkék hízását elősegíti, ha ételükhöz kis mennyiségű tiroxint adagol. Elképzelését igazolandó, 15 csirkét három ötös csoportra osztott. Mindhárom csoport ugyanazt a táplálékot kapta, de a második ételébe kilogrammonként 2 mg, a harmadikéba 5 mg tiroxint tett. (Az első csoport nem kapott tiroxint.) Nyolc heti ilyen táplálás végén lemérte a csirkék súlynövekedését, grammokban; ezeket a táblázatban találjuk meg.

I	II	III
500	505	825
620	765	870
685	730	695
440	570	740
645	760	850

Alátámasztják ezek az adatok azt az elképzelést, hogy a súlynövekedésekben különbség van?

4. [Forrás: H, 94. oldal]
Az egyes sportágakban eltérő lehet a sportolók „légzéshasznosítása”. Ennek vizsgálatára négy különböző sportág sportolói közül vettek véletlen mintát, és kísérletet végeztek velük. Az edzőjárdát lejtősre és nehéz fokozatúra állították be; a kimerülésig kellett taposni. Az adatok a vizsgálat alatti maximális oxigén kibocsátást jelentik liter/perc-ben.

Öttusa	Maraton	Futball	Kenu
5,3	4,3	4,5	4,6
5,9	4,5	4,4	5,0
4,8	5,0	3,9	5,3
4,5	3,8	5,2	5,8
6,1	5,4	4,1	5,5
5,5	4,7	5,0	6,0
5,0	4,3	5,4	5,1
5,6	5,2	4,7	4,8
4,6	4,8	4,2	5,6
5,3	4,1	4,9	5,3

Van-e különbség a különböző sportágak sportolói között? Mely sportágak között találunk különbséget?

5. [Forrás: M, 356. oldal]
Ausztrál egyetemisták egy csoportja arra a következtetésre jutott, hogy a szőke és barna hajúak között valószínűleg különbség van a fájdalomküszöb nagyságában. (Egy floridai újságban 1978-ban jelent meg a cikk.) Különböző korú férfiak és nők egy nagyobb csoportját hajszínük alapján négy kategóriába sorolták be: világosszőke, sötétszőke, világosbarna, sötétbarna. A kísérlet célja annak megállapítása volt, hogy a hajszín befolyásolja-e azt a fájdalommennyiséget, amit a mindennapi kisebb sérülések, illetve néhány jól körülírt trauma váltanak ki. A kísérletben szereplő minden személlyel elvégeztettek egy érzékenységi tesztet, és ennek alapján kaptak egy pontértéket, amely a fájdalomküszöbnek felel meg: mennél nagyobb az érték, annál jobban tűri a fájdalmat az illető. Az eredmények a táblázatban találhatók.

Hajszín

világosszőke	sötétszőke	világosbarna	sötétbarna
62	63	42	32
60	57	50	39
71	52	41	51
55	41	37	30
48	43		35

a) Megállapítható-e különbség a négy hajszín-csoport között?
b) Mely hajszínek között találunk különbséget?

6. [Forrás: M, 382. oldal]
Pszichológusok tanulmányozták, hogy milyen hatással lehet a végzett munka mennyiségére és minőségére, ha a munkakörülményeket, a környezeti hatásokat kellemesebbé teszik. Egyik ilyen kísérlet azt vizsgálta, hogy a különböző zenék javítják-e a környezetet és ezáltal a munka teljesítményét. Három típust próbáltak ki (country, rock és klasszikus), mindegyiket négy véletlenszerűen kiválasztott munkanapon. A termelékenységet azzal mérték, hogy hány darab készült el a gyártmányból az egyes napokon. Egy meghatározott vállalat esetében a következő eredményeket kapták:

country	rock	klasszikus
857	791	824
801	753	847
795	781	881
842	776	865

Az adatok alapján kimondható-e, hogy az átlagos teljesítmény különbözik a három csoportban?

7. Négy csoportunk van, összesen 34 adattal. Varianciaanalízis végzéséhez már kiszámítottunk két varianciát: $s_t^2 = 5$, $s_b^2 = 4$. Számítsák ki az egyszempontos varianciaanalízishez szükséges harmadik varianciát!
A varianciákból hányadosokat lehet készíteni; ezek némelyike F-eloszlást követ. Mi most megadunk három hányadost: $A = \frac{s_b^2}{s_k^2}$ $\quad B = \frac{s_k^2}{s_t^2}$ $\quad C = \frac{s_k^2}{s_b^2}$.
A három közül melyik nem F-eloszlású? Miért? A másik két hányadosra vonatkozóan keressék ki a táblázatból az 5%-os értéket!

8. Öt csoportunk van, összesen 45 elemmel. Varianciaanalízis végzéséhez kiszámoltunk két varianciát: s_k^2=9,4 $\quad s_t^2$=6,3
Számítsák ki az egyszempontos varianciaanalízis végzéséhez szükséges harmadik varianciát!
Végezzék el a varianciaanalízishez tartozó statisztikai próbát!

9. Hat csoportunk van, összesen 46 elemmel. Varianciaanalízis végzéséhez kiszámoltunk két varianciát: s_t^2=4,2 $\quad s_b^2$=1,6
Számítsák ki az egyszempontos varianciaanalízis végzéséhez szükséges harmadik varianciát!
Végezzék el a varianciaanalízishez tartozó statisztikai próbát!

10. Egy félbemaradt egyszempontos varianciaanalízisből a következőket tudjuk:

$\sum n_j = 40$ $\qquad \sum Q_j = 15000$

$\sum T_j = 1500$ $\qquad \sum\sum x_{ij}^2 = 150000$

Az analízis 10 mintát hasonlított össze.
Fejezzék be a varianciaanalízist! Szignifikáns az eredmény?

11. [Forrás: H, 94. oldal]
Egy nagyobb vizsgálat részeként a hipotalamusz/hipofízis/nemi mirigy rendszer működését nézték pszichózisban. A sárgatest-hormon plazmakoncentrációját mérték meg 12-12 fiatal férfiban; az egyik csoportban mániások, a másikban skizofrének, a harmadikban egészségesek voltak.

Mánia	Skizofrénia	Kontroll
2,9	2,7	2,6
3,8	3,9	2,2
3,3	1,3	3,9
2,1	2,0	3,2
5,0	4,1	1,4
4,2	2,9	0,7
2,3	0,9	2,4
5,4	2,3	3,4
3,7	1,8	1,9
3,2	3,3	4,2
4,4	2,4	2,9
3,5	3,0	2,2

Van-e különbség a három minta között? S ha igen, van-e különbség a két betegséget összehasonlítva a kontrollal, és a két betegség között? A kontroll és melyik betegség között van különbség?

12. [Forrás: M, 383. oldal]
Angliában a 40 órás munkahét különböző változatait hasonlították össze, hogy miképpen lehet a teljesítményt maximalizálni és a kiadásokat minimalizálni. Egy gyárban 5 napos munkahetet (8 óra naponta), 4 naposat (10 óra naponta) és egy 3½ naposat (napi 12 óra) hasonlítottak össze. A heti teljesítmény található a táblázatban. (A számok a termelt mennyiség árát jelentik, ezer dollárban kifejezve.)

8 óra/nap	10 óra/nap	12 óra/nap
87	75	95
96	82	76
75	90	87
90	80	82
72	73	65
86		

a) Írja fel a varianciaanalízis táblázatát!
b) Van különbség a három munkanap-hossz közt az átlagteljesítmény szempontjából?

13. [Forrás: R, 208. oldal]
A kullancslárva hátsó páncéljának szélességét vizsgálták négy üregi nyúlon. Az adatok *mikron*ban értendők.

1. nyúl	2. nyúl	3. nyúl	4. nyúl
380	350	354	376
376	356	360	344
360	358	362	342
368	376	352	372
372	338	366	374
366	342	372	360
374	366	362	
382	350	344	
	344	342	
	364	358	
		351	
		348	
		348	

Van-e különbség a különböző nyulakon a kullancslárvák mérete között?

Tanács: egyszerűsítendő a számításokat, minden adatból vonjanak ki egy konstanst, például 300-at vagy 350-et,.

14. [Forrás: R, 214. oldal]
Különböző típusú cukrok hozzáadásának hatását vizsgáltak szövettenyészetben növelt borsódarabok növekedésére. Az adatok „okuláris” egységben vannak, ami azt jelenti, hogy 0,114-gyel szorozva kapjuk az adatot mm-ben.

Kontroll	2% glukóz	2% fruktóz	1% glukóz+ 1% fruktóz	2% szukróz
75	57	58	58	62
67	58	61	59	66
70	60	56	58	65
75	59	58	61	63
65	62	57	57	64
71	60	56	56	62
67	60	61	58	65
67	57	60	57	65
76	59	57	57	62
68	61	58	59	67

Ha megállapítottuk, hogy van valahol különbség a különböző cukrok hozzáadásakor, akkor vizsgáljuk tovább, hogy hol találjuk meg a különbséget! A szukróz hatékonyabb az összes többinél?

15. A fejben számolás fejlesztésére kísérleteztek ki több módszert. Négy csoportban különböző módon foglalkoztak a gyerekekkel (mondjuk egy nyolcadik osztályt osztottak négyfelé véletlenszerűen). Utána azt mérték, hogy adott idő alatt ki hány kéttagú összeadást tud elvégezni hiba nélkül. (A számok mind kétjegyűek voltak.) Van-e különbség a módszerek között?

	I	II	III	IV
	18	8	22	11
	10	6	23	12
	22	10	18	13
	8	2	24	10
	16	12	12	9
	15	3	20	14
		5	19	8
		7		10

Az adatok normális eloszlásúak, mit kell még ellenőrizni, hogy varianciaanalízist végezhessünk? Hogy nevezik az erre vonatkozó próbát? Ehhez segítségül B=5,095. Végezhető a próba? Mit, melyik táblázatban, mihez kell hasonlítani?
Végezzék el a varianciaanalízist! Mit állapíthatunk meg? Szöveges választ adjanak!

A varianciaanalízis elvégzése után hasonlítsák össze a III és a IV módszert!
Az adatokból ránézésre úgy tűnik, hogy a III módszer a legjobb. Találnak-e különbséget az összes többivel összehasonlítva?

16. A D3 fejezet 18. példájának adataival végezzenek varianciaanalízist! Tudunk-e különbséget találni a levélfajták között, és ha igen, mely levelek között van a különbség?

17. Egy varianciaanalízis végzése során 6 mintát hasonlítunk össze, összesen 66 elemmel. Tudunk néhány eredményt:

$\sum T_j = 577$ $\qquad \sum\sum x_{ij}^2 = 5648$ $\qquad \sum Q_j = 324$

Fejezzék be a varianciaanalízist!
Töltsék ki az alábbi táblázatot!

típus						
minták közti						
mintán belüli						
teljes						

18. A következő adatok a *kifáradás* mértékét adják meg. (Mennél nagyobb a szám, annál fáradtabba páciens.) Négy csoportban 5-5 személyt vizsgáltak, 3-4 órányi, nagy figyelmet igénylő munka után. Az A csoport tagjai minden félóra munka után 5 percet pihentek, az utolsó szünet után már csak 20 percet dolgoztak, a B csoportbeliek minden 50 perc után 10-10 percet pihentek. A C csoport egyszer tartott – 30 perces – pihenőt, 100 percnyi munka után. A D csoport megállás nélkül dolgozott, és ezért 30 perccel később állt csak neki a munkának, mint a többiek. (A tiszta munkavégzési idő minden csoportban 200 perc volt.)
Nyugodtan elfogadhatjuk, hogy az adatok normális eloszlásúak.
A varianciaanalízis elvégzése után (ami helyes számolás esetén szignifikáns eredményt ad) hasonlítsuk össze
   a) a pihenés nélkül dolgozókat (D csoport) a sűrűn pihenőkkel (A és B csoport együtt)
   b) a pihenés nélkül dolgozókat (D) az egyszer pihenőkkel (C).

A	B	C	D
28	27	40	51
33	35	42	43
32	24	36	66
30	30	49	45
33	38	40	57

19. [Forrás: B, 193. oldal]
Összetett kísérlet „kísérő” varianciaanalízise a következő:
Féregirtó hatását többször próbálták ki patkányokon. Mindig volt kontrollcsoport, féreggel fertőzött, de nem kezelt állatok. Vajon a kontrollok eléggé egyformák-e, jogos-e hozzájuk hasonlítani a kezeléseket?
A számok a felnőtt férgek számát jelentik a lárvákkal fertőzött állatokban.

1	2	3	4
279	378	172	381
338	275	335	346
334	412	335	340
198	265	282	471
303	286	250	318

20. [Forrás: F, 236. oldal]
Négy hasonló tesztet vizsgáltak, az adatok a hibapontok számát jelentik a megoldás során. A kutató azt a következtetést vonta le adataiból, hogy négyzetgyök-transzformációt kell végeznie. Hogyan jutott erre a következtetésre?

	Eredeti adatok				Négyzetgyök-transzformáció után			
	I	II	III	IV	I	II	III	IV
	1	5	14	2	1,00	2,24	3,74	1,41
	5	9	18	7	2,24	3,00	4,24	2,65
	2	5	9	3	1,41	2,24	3,00	1,73
	6	11	21	10	2,45	3,32	4,58	3,16
	7	12	20	7	2,65	3,46	4,47	2,65
	3	5	12	5	1,73	2,24	3,46	2,24
	3	8	16	6	1,73	2,83	4,00	2,45
T	27	55	110	40	13,21	19,33	27,49	16,29
$\bar{x}$	3,86	7,86	15,71	5,71	1,89	2,76	3,93	2,33
s^2	4,81	8,81	18,90	7,24	0,35	0,28	0,32	0,35

Végezzék el mindkét varianciaanalízist!
Szükséges volt a transzformáció?

21. [Forrás: O, 404. oldal]
Kísérletet végeztek, hogy öt fogyasztó (súlycsökkentő) anyagot összehasonlítsanak. Egy 50 férfiból álló véletlen mintát öt egyenlő részre randomizáltak szét. A túlsúlyok szempontjából az öt csoport között nem volt különbség. Az első csoport az A anyagot, a második a B-t kapta, és így tovább. Elkezdték a kísérletet, és mindenki kapta a szert egy meghatározott ideig. Az alábbi adatok a súlyveszteségeket mutatják, fontban.

A	12,4	10,7	11,9	11,0	12,4	12,3	13,0	12,5	11,2	13,1
B	9,1	11,5	11,3	9,7	13,2	10,7	10,6	11,3	11,1	11,7
C	8,5	11,6	10,2	10,9	9,0	9,6	9,9	11,3	10,5	11,2
D	8,7	9,3	8,2	8,3	9,0	9,4	9,2	12,2	8,5	9,9
E	12,7	13,2	11,8	11,9	12,2	11,2	13,7	11,8	11,5	11,7

Végezzenek varianciaanalízist annak eldöntésére, hogy van-e szignifikáns különbség az öt anyag közt!

22. [Forrás: O, 405. oldal]
Nézzük az előbbi példát, és tegyük fel, hogy a D anyag placébó volt, és végezzük el az alábbi négy összehasonlítást Scheffé-módszerrel!
    a) D összehasonlítva A,B,C,E-vel
    b) A összehasonlítva E-vel
    c) A összehasonlítva B és E-vel
    d) A összehasonlítva B,C,E-vel

23. [Forrás: O, 454. oldal]
Egy orvost érdekelte az esetleges összefüggés a személy által egy „tűréspróba” során végzett munka és az illető túlsúlya közt. A túlsúly nagyságát egy standard súly/magasság táblázatból olvasták le.
Választott egy 28 egészséges, felnőtt nőkből álló véletlen mintát, akik 25 és 40 év köztiek voltak. A kísérletet egy közkórházban végezte, ahol a páciensek a szokásos rutinvizsgálatok céljából jelentek meg. Úgy korlátozta a kiválasztást, hogy az alábbi súlyosztályozás szerint mindegyikből 7 személy kerüljön a mintába: normál; 1-10% túlsúly; 11-20% túlsúly; több, mint 20% túlsúly.
A fizikai vizsgálatokhoz tartozott egy kerékpár-ergométeres gyakorlat, amelyet addig kellett végezniük, míg elfáradtak. Mindenkiről feljegyezték az elfáradás idejét, percekben. Az adatok alább láthatók:

súlyosztály	elfáradási idő
normál	25, 28, 19, 27, 23, 30, 35
1-10%	24, 26, 18, 16, 14, 12, 17
11-20%	15, 18, 17, 25, 12, 10, 23
20% fölött	10, 9, 18, 14, 6, 4, 15

Végezzenek varianciaanalízist!

V2: Regressziós varianciaanalízis

1. Négy csoportnak különböző ideig mutatták a megtanulandó szavakat. Lineáris kapcsolat van-e a megtanult szavak száma (y) és az expozíciós idő (x) között?

x_j	1	3	6	10
y_{ij}	5	7	11	10
	7	2	8	9
	4	6	6	14
	3	9	8	10
	6		8	6
			15	8
			5	13

2. [Forrás: H, 95. oldal]
Vizsgálták 30 (esszenciális) hipertóniában szenvedő beteg kreatinin-szintjét. A betegeket három csoportba osztották aszerint, hogy plazma renin-koncentrációjuk alacsony (–1), normális (0) illetve magas (1) volt-e. A kérdés, hogy a renin-aktivitás lineárisan befolyásolja-e a kreatinin-szintet? Az adatok mértékegysége mg/dl.
A vizsgálatot 10%-os szignifikanciaszinten végezzék!

Renin	–1	0	1 .
Kreatinin	1,45	1,53	1,60
	1,20	1,25	1,34
	1,63	1,36	1.17
	1,85	1,18	1,30
	1,41	1,73	1,12
	1,08	1,41	1,43
	1,56	0,96	1,21
	1,49	1,34	0,83
	1,35	1,04	1,23
	1,73	1,61	0,91

3. [Forrás: H, 96. oldal]
A dohányzás hatását vizsgálták a kardiovaszkuláris rendszer működésére. Fizikai megterhelés után 3 perccel mérték meg a szívritmust 24 személynél.

Cigaretta (kb. szál/nap)	0	5	20	50
Szívritmus (ütés/perc)	69	55	66	91
	52	60	81	72
	71	78	70	81
	58	58	77	67
	59	62	57	95
	65	66	79	84

Van-e lineáris kapcsolat az elszívott cigaretták száma és a szívritmus szaporasága között?

4. [Forrás: O, 176. oldal]
Egy gyógyszergyár információt szeretne kapni egy készítmény dózisának és hatásának összefüggéséről. Ezért 15 kísérleti edény mindegyikébe egy vírustörzset oltottak be, és öt napon át 30 ^oC-on inkubálták. Három-három edényt jelöltek ki véletlenszerűen az öt kísérleti dózis (2, 4, 8, 16, 32) számára. Ezután minden edényben elhelyezték a gyógyszer valamelyik dózisát a megjelöltek közül, és azt mérték, hogy mekkora védettséget ad a szer a víruskultúra ellen. Az eredményeket a táblázat mutatja.

dózis	2	4	8	16	32
reakció	5	10	15	20	23
	7	12	17	21	24
	3	14	18	19	29

Különböznek-e a gyógyszerdózisok a hatás szempontjából? Ha igen, elfogadható-e az a feltételezés, hogy a dózis és a hatás közt lineáris kapcsolat van?

5. Végezzék el az előbbi feladatot úgy, hogy a dózisok logaritmusával számolnak!

V3: Randomizált blokkok
Kétszempontos varianciaanalízis

1. [Forrás: M, 370. oldal]
   A varianciaanalízis táblázata egy randomizált blokk elrendezésre a következő volt:

típus	Q	f	s^2	F	p	F_{krit}
minták között	27,1	3				
blokkok között		5	14,90			
hiba	33,4					
teljes						

   a) Egészítse ki a táblázatot!
   b) Elég alapot adnak az adatok arra, hogy a kezelések közt különbséget állapítsunk meg?
   c) Elég alapot adnak az adatok annak bizonyítására, hogy a blokkok képzése hasznos eljárás volt ennek a kísérletnek a kiértékelésében? Miért?

2. [Forrás: H, 213. oldal]
   Egy szimpatikus idegrendszert gátló anyagot (buvipacain) fecskendeztek be 36 személynek. A hatást a láb hőmérsékletének 1 óra alatti emelkedésén mérték (^{o}C-ban); a nagyobb melegedés jelenti a sikeresebb gátlást.
   A résztvevőket úgy válogatták össze, hogy három személyes blokkokat alakíthassanak ki, a nem, a kor és a testalkat figyelembevételével. Mind a 12 blokkban ugyanazt a három dózist adták be injekcióban, blokkonként randomizálva, hogy ki melyik dózist kapja.
   Egyforma-e a különböző dózisok hatása?

A blokk sorszáma	5 ml	10 ml	15 ml
1	0,5	0,8	1,1
2	1,4	1,6	1,9
3	1,1	1,7	1,9
4	0,4	1,0	1,0
5	0,3	0,7	1,3
6	1,7	1,4	1,8
7	1,1	1,3	0,8
8	1,3	1,6	1,6
9	0,2	1,0	1,3
10	0,1	0,3	0,6
11	0,3	0,7	0,9
12	0,6	0,8	1,0

3. [Forrás: H, 214. oldal]
Egy érzéstelenítőt (klorodin) próbáltak ki öt altatott kutyán, különböző dózisokban alkalmazva. A kutyák randomizált sorrendben kapták a dózisokat, 6 napos időközökben. Az adatok azt az időt mutatják (percekben), amennyivel a szer alkalmazása után az állat megmozdult. A klorodin különböző dózisai eltérő hatást értek-e el a kutyákban?

	A klorodin dózisa (mg)				
Kutya	0	50	100	150	200
1	21	28	38	39	37
2	16	18	32	30	31
3	29	40	44	48	46
4	27	28	39	37	40
5	17	31	32	37	39

4. Oldja meg a D3/14. feladatot varianciaanalízis segítségével!

5. [Forrás: M, 384. oldal]
Három véralvadásgátló szert vizsgáltak, hogy összehasonlítsák hatásosságukat. Minden személy egyenletes időközökben és randomizált sorrendben kapta meg a három szert. A két szer beadása közti időt úgy választották, hogy a szer kiürüljön a szervezetből, mielőtt a másikat beadják. Minden alkalommal, mikor a gyógyszer a vérben volt, följegyezték azt az időt, amennyi ahhoz kellett, hogy a vérzés elálljon, ha egy meghatározott nagyságú vágást ejtettek a páciensen. Az adatok a táblázatban láthatók.

Vérzési idő (másodperc)

személy	szer		
	A	B	C
1	127,5	129,0	135,5
2	130,6	129,1	138,0
3	118,3	111,7	110,1
4	155,5	144,3	162,3
5	180,7	174,4	181,8

a) Van különbség az adatok alapján az vérzési időben a három gyógyszer közt?
b) Hatásosan csökkentette a blokkosítás a szórást? Azaz: alátámasztják az adatok, hogy a véralvadás személyről személyre erősen változik?

6. [Forrás: R, 338. oldal]
   Békaembriók cukorlebontását vizsgálták az első tojáshasadást követően, különböző időkben (0, 360, 720, 1200, 1600, ill. 2000 perc); ezeket az állapotokat római számok jelzik. Négyszer „markoltak ki" a tojásokból; az egymáshoz közeli tojások egy-egy ilyen csoportja alkot mindig egy blokkot. A folyamatot a tejsavkiválasztáson mérték. Kérdés, a különböző időkben (állapotokban) mért cukorlebontás egyforma-e?

állapotok / blokkok	I	II	III	IV	V	VI	
1	21,4	14,3	23,4	29,1	26,6	21,7	
2	12,1	13,5	14,1	8,2	13,5	5,2	
3	7,0	5,4	5,9	4,2	4,9	6,6	
4	9,5	6,6	7,1	3,2	6,0	5,9	

7. [Forrás: R, 322. oldal]
   Egy tó vizének hőmérsékletét mérték néhány nyári délutánon, 1952-ben. Van különbség a víz hőmérsékletében különböző mélységekben mérve?

Vízmélység (m)

	0	1	2	3	4	5	6	9	12	15,5	
júl. 29.	23,8	22,6	22,2	21,2	18,4	13,5	9,8	6,0	5,8	5,6	
júl. 30.	24,0	22,4	22,1	21,8	19,3	14,4	9,9	6,0	5,9	5,6	
júl. 31.	24,6	22,9	22,1	21,0	19,0	14,2	10,4	6,3	6,0	5,5	
aug. 1.	24,8	23,2	22,2	21,2	18,8	13,8	9,6	6,3	5,8	5,6	

8. [Forrás: O, 453. oldal]
Kísérletet végeztek a szájban mért testhőmérséklet összehasonlítására 9 különböző gyógyszert szedő személyeknél, amelyeket gyakran felírnak egy bizonyos rendellenesség esetén. E célból 3 tapasztalt vizsgáló személyt jelöltek ki, akiknek saját páciensei közül kellett véletlen mintát venniük, olyanokat, akik megfeleltek a kísérleti részvétel előírásainak. Mindhárman 45 személyt választottak ki. Ezután a vizsgáló személynek véletlenszerűen kellett kijelölnie, hogy ki melyik gyógyszert kapja (egyet a kilenc közül) . Mindenki reggel 6-kor kapta a gyógyszert, egy előre kijelölt napon. A hőmérsékletet óránként mérték, 8 órától kezdve, 10 órán át. A pácienseknek ezalatt tilos volt bármilyen fizikai aktivitást végezni, és feküdniük kellett az ágyban. Hogy a napi ingadozást kiküszöböljék, a tíz érték átlagával számoltak a továbbiakban. Az adatok lejjebb találhatók.
Végezzenek varianciaanalízist az átlagok különbségének vizsgálatára a gyógyszerek (A-I) és a vizsgáló személyek szerint. Rendezze el az egészet a varianciaanalízis táblázatában.
Tanács: egyszerűsítendő a számításokat, vonjanak ki egy konstanst, mondjuk 97-et, minden adatból.

Testhőmérséklet a különböző gyógyszerek mellett (Fahrenheit-fok)

vizsgálók	A	B	C	D	E	F	G	H	I .
	97,8	98,1	98,0	97,3	97,9	97,9	97,1	98,0	97,8
	97,2	98,1	97,8	97,3	97,8	97,9	97,6	97,8	98,0
1	97,6	98,0	98,1	97,5	97,8	97,8	97,3	98,0	97,7
	97,2	97,7	97,8	97,5	97,7	97,8	97,7	97,9	97,9
	97,6	97,7	97,9	97,6	97,8	97,6	97,5	98,0	97,8
	97,6	97,8	97,9	97,5	97,8	98,0	97,6	97,9	98,0
	97,4	97,7	98,1	97,4	97,8	97,7	97,5	98,0	97,6
2	97,3	97,6	97,8	97,5	97,7	97,8	97,6	97,9	98,0
	97,5	97,7	97,8	97,6	97,7	97,9	97,5	97,9	97,9
	97,5	97,7	97,6	97,7	97,8	97,8	97,3	97,8	97,9
	97,5	97,6	98,0	97,9	97,7	97,9	97,4	97,8	98,0
	97,9	97,7	97,8	97,8	97,8	98,0	97,8	97,8	98,1
3	97,6	97,9	98,1	97,8	97,9	97,7	97,4	98,0	97,9
	97,6	97,9	97,7	97,8	98,0	97,9	97,6	97,9	98,1
	97,7	97,8	98,7	97,6	98,1	97,9	97,6	97,8	97,9

9. [Forrás: H, 95. oldal]
A kininrezisztens malária elszaporodása miatt új gyógymódokkal kísérleteznek. Az egyik próbálkozásban 40, igazoltan kórokozót hordozó pácienst négy csoportra osztottak szét randomizálással, és eltérő módon kezelték őket. Az adatok a kezeléstől a kórokozók kiürüléséig eltelt időt adják meg órákban. (4 óránkénti vérvétellel becsülték a kiürülés idejét.) Találunk eltérést a különböző módok hatása között?
És a két gyógyszer közt?

Kinin		Quinghaosu	
szájon át	intramuszkulárisan		szájon át
100	120	104	80
120	104	80	68
92	84	72	60
80	104	92	92
128	116	88	84
104	80	112	48
76	92	68	72
96	108	80	96
132	100	52	40
104	136	60	56

Rangsorolásos eljárások (R)

R1: Rangsorolásos statisztikai próbák

1. Rangsorolják a megadott számsorokat! A d – g feladatokban az oszlopok több, egymástól független mintát jelentenek.

a.

36,7
36,8
37,2
37,1
36,3
36,1
36,2
36,6

b.

32,5
32,4
31,0
29,5
34,0
31,2
33,4
30,5
31,3

c.

36,1
36,3
36,3
36,7
37,1
36,8
36,3
36,7
36,3

d.

36,9	36,7
36,4	36,3
37,3	36,6
37,2	36,1
36,0	36,2
36,3	35,9
36,3	36,4
36,2	36,3
36,4	

e.

279	378	172	381
338	275	335	346
335	412	335	340
198	265	286	471
303	286	250	318

f.

4,32	4,24
3,96	4,48
3,74	4,42
4,10	4,00
4,33	4,16
4,23	4,67
4,28	4,03
4,15	4,29
4,49	4,05
4,67	
4,60	

g.

0,50	0,73	2,00
0,63	1,27	2,60
0,84	1,55	3,00
0,87	2,00	3,40
1,60		

2. Oldják meg a D3/8. feladatot rangsorolásos módszerrel!
3. Oldják meg a D3/7. feladatot rangsorolásos módszerrel!
4. Oldják meg a D3/9. feladatot rangsorolásos módszerrel!
5. Oldják meg a D3/10. feladatot rangsorolásos módszerrel!
6. Oldják meg a D3/11. feladatot rangsorolásos módszerrel!
7. Oldják meg a D3/12. feladatot rangsorolásos módszerrel!
8. Oldják meg a D3/13. feladatot rangsorolásos módszerrel!
9. Oldják meg a D3/14. feladatot rangsorolásos módszerrel!
10. Oldják meg az S3/34. feladatot rangsorolásos módszerrel!
11. Oldják meg a D3/15. feladat a) részét rangsorolásos módszerrel!
12. Oldják meg a D3/17. feladatot rangsorolásos módszerrel!
13. Oldják meg a V1/1. feladatot rangsorolásos módszerrel!
14. Oldják meg a V1/2. feladatot rangsorolásos módszerrel!
15. Oldják meg a V1/5. feladatot rangsorolásos módszerrel!
16. Oldják meg a V1/11. feladatot rangsorolásos módszerrel!
17. Oldják meg a V1/14. feladatot rangsorolásos módszerrel!
18. Oldják meg a V1/15. feladatot rangsorolásos módszerrel!
19. Oldják meg a D3/18. feladatot rangsorolásos módszerrel!
20. Oldják meg a V1/4. feladatot rangsorolásos módszerrel!
21. Oldják meg a V1/13. feladatot rangsorolásos módszerrel!
22. Oldják meg a V1/20. feladatot rangsorolásos módszerrel!
23. Oldják meg a V1/21. feladatot rangsorolásos módszerrel!

24. [Forrás: M, 396. oldal]
Egy pedagógiai pszichológus úgy gondolta, hogy a tesztkérdések sorrendje is számít: befolyásolja a helyes válaszok számát. Vizsgálva ezt a kérdést, a tizenhármas létszámú osztályt randomizálással két részre osztotta – hetet ide, hatot a másikba –, és ugyanazokat a kérdéseket tette föl mindenkinek. Az A teszt azonban a legkönnyebbtől az egyre nehezebbek felé haladva tartalmazta a kérdéseket, a B teszt pedig éppen fordított sorrendben. Egyik diákcsoport az A, másik a B tesztet kapta. Az egyes diákok eredményeit alább adjuk meg:

A teszt:	90	71	83	82	75	91	65
B teszt:	66	78	50	68	80	60	

Elégséges tanúbizonyságul szolgálnak-e ezek az adatok arra, hogy megállapítsuk: a két teszt különbözik? (Azaz: nem egyformán jól válaszolják meg a diákok a kérdéseket?)

25. [Forrás: O, 253. oldal]
Harminc egypetéjű ikerpárt kértek meg, hogy vegyenek részt egy egyéves vizsgálatban, amelyben bizonyos szociális attitűdöket mértek. Az ikerpár egyik tagját véletlenszerűen kiválasztották; ő egy kisebbséghez tartozó családban élt egy évig, míg ikertársa otthon maradt. Egy év után a részt vevők mindegyikének válaszolnia kellett egy hosszú kérdőív kérdéseire, amelyeket jól meghatározott attitűdök vizsgálatára és mérésére terveztek. Ennek a kérdőívnek a kombinált pontszámait adjuk meg.
Az otthon és a kisebbségi családban élők várható értéke (populációs értéke) ugyanakkora vagy különbözik?

Az ikerpár sorszáma	Otthoni környezetben	Kisebbségi környezetben
1	78	71
2	75	70
3	68	66
4	92	85
5	55	60
6	74	72
7	65	57
8	80	75
9	98	92
10	52	56
11	67	63
12	55	52
13	49	48
14	66	67
15	75	70
16	90	88
17	89	80
18	73	65
19	61	60
20	76	74
21	81	76
22	89	78
23	82	78
24	70	62
25	68	73
26	74	73
27	85	75
28	97	88
29	95	94
30	78	75

26. [Forrás: M, 398. oldal]
A süket és halló gyerekek látásélességének összehasonlítása során a szemmozgások intenzitását vizsgálták tíz süket és tíz halló gyereken. A klinikai pszichológus úgy gondolta, hogy a süket gyerekeknek nagyobb a látásélessége, mint a hallóknak. Vizsgálja meg a pszichológus állítását az alábbi táblázat adatait használva. (Mennél nagyobb a szemmozgás intenzitása, annál nagyobb a látásélesség.)

Látásélesség

süket gyermek	halló gyermek
2,75	1,15
3,14	1,65
3,23	1,43
2,30	1,83
2,64	1,75
1,95	1,23
2,17	2,03
2,45	1,64
1,83	1,96
2,23	1,37

27. [Forrás: M, 432. oldal]
Kísérletet végeztek, hogy megállapítsák, vajon az A és B betűtípusok közül valóban könnyebb-e olvasni az A típussal nyomtatott szövegeket. Tíz kísérleti személyt randomizálással osztottak két ötös csoportra. Mindenkinek odaadták ugyanazt a szöveget olvasásra, de egyik csoport szövegei az A, másiké a B betűtípussal voltak szedve. Alább találjuk az időket (másodpercekben), amire az olvasáshoz szüksége volt az egyes személyeknek:

A típus:	95	122	101	99	108
B típus:	110	102	115	112	120

Következik az adatokból, hogy az A típussal nyomtatott szöveget könnyebb olvasni? Alkossanak véleményt a kísérlet tervezéséről is!

28. [Forrás: M, 404. oldal]
Tizenkét egypetéjű ikerpárnak adtak pszichológiai teszteket, hogy eldöntsék, vajon az elsőszülött agresszívabb-e, mint a másodiknak született. Az eredmények a táblázatban találhatók; a nagyobb pontszámok erősebb agresszivitást jelentenek. Elegendő érvet szolgáltatnak-e az adatok, hogy kimondhassuk: az ikerpárból az elsőszülött agresszívabb, mint a másik?

sorszám	elsőszülött	másodszülött
1	86	88
2	71	77
3	77	76
4	68	64
5	91	96
6	72	72
7	77	65
8	91	90
9	70	65
10	71	80
11	88	81
12	87	72

29. [Forrás: M, 434. oldal]
Egy gyógyszergyár két új hatóanyagot állított elő, amelyeket altatókban akart felhasználni. A táblázat adatai azokat a plusz-órákat mutatják, amennyivel többet aludtak a páciensek a megfelelő altató szedésekor. Mind a tíz személy kipróbálta mindkét gyógyszert, megfelelő időközökben és random sorrendben. Elegendő érvet szolgáltatnak az adatok annak megállapítására, hogy az egyik gyógyszer jobb a másiknál – annyiban, hogy jobban meghosszabbítja az alvásidőt?

Páciens	A gyógyszer	B gyógyszer
1	0,4	0,7
2	–0,7	–1,6
3	–0,4	–0,2
4	–1,4	–1,4
5	–1,6	–0,2
6	2,9	3,4
7	4,0	3,7
8	0,1	0,8
9	3,1	0,0
10	1,9	2,0

30. Négy független csoportunk van, A, B, C, D. Kérdés, hogy egyformák-e ezek a csoportok? (Az adatok folytonos, de nem normális eloszlású változóból valók.)

A	B	C	D
2,4	2,8	2,8	2,6
2,7	3,2	3,1	3,0
3,2	4,1	3,6	3,5
3,8	4,5	4,3	4,0
4,7	4,8	4,7	4,6

31. [Forrás: O, 321. oldal]
Három véletlen mintát vettek lelkipásztorokból. Szerepelt 10 metodista lelkész, 10 katolikus pap és 10 pünkösdista lelkész. Egy olyan teszttel vizsgálták meg őket, amelyik azt mérte, hogy mennyit tudnak a lelki betegségek (elmebetegségek) okáról. A teszteredmények a táblázatban láthatók.

metodista	katolikus	pünkösdista
32	32	28
30	32	21
30	26	15
29	26	15
26	22	14
23	20	14
20	19	14
19	16	11
18	14	9
12	14	8

A táblázat adatait felhasználva végezzenek összehasonlítást a három vallás papjai közt abból a szempontból, hogy mennyit tudnak a mentális betegségek okáról!

32. [Forrás: M, 410. oldal]
Huszonegy kísérleti személy kapott egy-egy szólistát három előkészített lista közül, amelyek az absztraktság fokában különböztek. A kiosztást randomizálták, úgy, hogy mindegyiket éppen heten kapják meg. A kísérleti személyeket arra kérték, hogy minden szóhoz asszociáljanak annyi szót, amennyit csak bírnak egy megadott időn belül. A személyek pontszáma a teljes listára adott asszociációk száma. A táblázatban ezeket a pontszámokat látjuk, mindhárom szólistára. Elegendő bizonyítékot szolgáltatnak ezek az adatok a listák különbözőségére – a rájuk adott asszociációk száma tekintetében?

1. lista	2. lista	3. lista
48	41	18
43	36	42
39	29	28
57	40	38
21	35	15
47	45	33
58	32	31

33. [Forrás: M, 412. oldal]
A kísérletet azért végezték, hogy megállapítsák: vajon némi pszichológiai gyakorlat elegendő-e, hogy egy bizonyos mentális zavar diagnosztizálására készült tesztet helyesen értelmezzen valaki. Harminc bírálót választottak ki, hogy ugyanazokat a teszteket értékeljék; a tesztek fele az említett mentális zavarban szenvedő, másik fele egészséges személyektől származott. A bírálók közül tíz egy kórházi elmeosztály orvosaiból került ki, másik tíz ugyanezen az osztályon dolgozó gyakornokokból, a harmadik tíz pedig harmadéves pszichológushallgató volt. A táblázatban álló adatok azt mutatják, hogy a bírálók hány százalékban állítottak fel helyes diagnózist. Elegendő bizonyítékot adnak-e az adatok arra, hogy a három bírálói csoport eredményében különbséget állapítsunk meg?

orvosok	gyakornokok	egyetemi hallgatók
78,2	80,4	65,2
79,4	75,1	70,3
85,2	72,0	74,2
93,4	68,3	78,1
90,1	75,2	68,3
76,2	69,3	74,4
86,4	81,2	80,1
88,2	76,4	73,6
84,3	72,5	75,7
81,6	76,9	73,2

34. [Forrás: M, 444. oldal]
Három diétát (A, B, C) hasonlítottak össze úgy, hogy mindegyiket 8 túlsúlyos személy alkalmazta hat héten keresztül. A táblázat a 24 kísérleti személy súlycsökkenését mutatja, fontban.

Diéták		
A	B	C
11	0	3
19	4	7
23	19	8
7	15	11
2	8	9
13	11	10
20	14	16
22	17	5

Állíthatjuk azt, hogy a súlycsökkenések eloszlása különbözik a három diéta esetén?

35. Oldják meg a V3/2. feladatot rangsorolásos módszerrel!

36. Oldják meg a V3/3. feladatot rangsorolásos módszerrel!

37. Oldják meg a V3/6. feladatot rangsorolásos módszerrel!

38. Oldják meg a V3/7. feladatot rangsorolásos módszerrel!

39. Három kezelést hasonlítottak össze. A vizsgálati személyeket négy – a kor, a nem, a betegség súlyossága és az intelligencia szempontjából kiegyenlített – blokkba sorolták be. Az alábbi számok a laboratóriumi vérvizsgálat egyik adatát jelentik:

	K e z e l é s e k		
blokkok	X	Y	Z
A	3,5	5,6	4,8
B	5,2	3,0	7,2
C	3,6	1,9	4,0
D	2,6	4,0	4,1

Mondhatjuk, hogy a kezelések között különbség van?
Végezze el a fenti adatok analízisét nemparaméteres módszerrel!

40. [Forrás: M, 418. oldal]
Egy szociológus azt vizsgálta felmérésében, hogy mi a véleménye a nagyközönségnek egyes foglalkozásokról. Tizenöt véletlenszerűen kiválasztott személy mindegyikének rangsorolnia kellett a felsorolt öt vezető foglalkozást, presztizsük szerint: ügyvéd, politikus, orvos, vállalatvezető, főiskolai tanár. A táblázatban található adatok elegendő érvet szolgáltatnak amellett, hogy ezek közt a foglalkozások közt – presztizsüket tekintve – különbséget talál a közvélemény?

személy	ügyvéd	politikus	orvos	vállalatvezető	főiskolai tanár
1	3	5	1	4	2
2	4	5	1	2	3
3	1	4	2	5	3
4	3	5	2	4	1
5	4	5	1	3	2
6	5	4	3	2	1
7	1	5	3	4	2
8	4	5	1	3	2
9	3	5	1	4	2
10	4	5	2	3	1
11	5	4	2	3	1
12	3	5	1	4	2
13	4	5	2	3	1
14	3	4	1	5	2
15	4	5	1	2	3

41. [Forrás: M, 436. oldal]
Mutat az égési balesetekből származó sérülések száma szezonális ingadozást? Hogy erre válaszoljanak, tizenkét kórházat választottak ki véletlenszerűen, és évszakonként összegezték bennük az elmúlt egy évben égési sérülésekkel kezelt betegek számát. Az adatok a táblázatban találhatók. Elegendő bizonyíték található ezekben az adatokban annak kimondására, hogy az égési sérülések száma évszakról évszakra változik?

kórház	nyár	ősz	tél	tavasz
1	20	14	25	16
2	5	4	7	4
3	15	10	14	8
4	18	11	17	12
5	35	28	32	30
6	10	8	10	7
7	27	20	25	19
8	32	16	31	20
9	15	10	12	8
10	7	8	10	6
11	17	7	14	8
12	23	10	21	9

R2: Rangkorrelációk

1. Számoljanak rangkorrelációs együtthatót az alábbi rangszámokból!

x_i	y_i
1	6
2	4
3	2
4	1
5	3
6	5

2. Számoljanak rangkorrelációs együtthatót az alábbi mintából!

x_i	y_i
4	8
4	16
7	8
7	8
7	16
9	20
16	12
17	15
21	25
25	20

3. Számoljanak rangkorrelációs együtthatót az alábbi mintából!

x_i	y_i
16	14
14	17
13	11
10	5
8	8
7	15
5	6
4	9
2	2
1	3

4. Macskákon vizsgálták, hogy milyen gyorsan tanulják meg a „színeket”, illetve a „formákat”. Mondhatjuk-e az alábbi adatok alapján, hogy amelyik macska gyorsabban tanulja az egyiket, az a másikat is? („Okos macska”)

Szín(x_i)	Forma(y_i)
27	30
49	57
65	80
37	41
29	31
39	42
57	55
31	32

5. Mondhatjuk-e, hogy az alábbi két vizsgált szempont, *x és y* korrelációban van?

x_i	y_i
104	104
98	101
130	127
76	85
109	119
110	111
68	63
149	145
100	105
103	100
96	96
85	86
121	118
118	115
86	84

6. Számítsák ki az *x* és *y* változók közti rangkorrelációt, és állapítsák meg, hogy szignifikáns-e a kapcsolat!

x	*y*
4,56	4,2
4,68	4,5
4,26	4,7
4,75	3,6
4,32	4,6
4,28	5,2
4,69	3,8

7. [Forrás: M, 428. oldal]
Egy kísérletben arra próbáltak választ keresni, vajon mutatja-e a pupilla nagysága, hogy a személy igazat mond. Nyolc diákot arra kértek meg, hogy szóban válaszoljanak egy sor kérdésre. A kísérlet kezdete előtt meghatározták kinek-kinek a pupillaméretét, és azt az utasítást adták, hogy a kérdések egy részére ne tisztességesen válaszoljanak. (Mindenkire rábízták, maga döntse el, hogy ezt hány kérdésnél teszi.) Mindenkinél lemérték a pupilla nagyságának százalékos növekedését a kérdés-felelet során. Ezután minden diák kapott egy „csalás-indexet”, amely azt mutatta, hogy a kérdések hány százalékára válaszoltak őszintén. Az eredményeket a táblázatban találjuk. Szabad arra következtetnünk, hogy a pupilla százalékos növekedése és a „csalás-index” közt pozitív korreláció van?

Diák	csalás-index	pupillanövekedés
1	87	10
2	63	6
3	95	11
4	50	7
5	43	0
6	89	15
7	33	4
8	55	5

8. [Forrás: M, 443. oldal]
Egy pszichológus egy tíz gyerekből álló véletlen mintát rangsorolt két szubjektív skálán. Nevezetesen, hogy viselkedésükben mennyi paranoiás reakció található, és hogy mennyire agresszívek. A megfelelő rangszámok a következők:

A gyerek sorszáma:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Paranoia:	7	3	6	1	2	4	10	8	5	9
Agresszió:	5	1	4	2	8	7	9	3	6	10

Számítsa ki a Spearman-féle rangkorrelációs együtthatót. Bizonyítható, hogy van összefüggés a paranoia és az agresszió közt – ahogyan azt ez a bizonyos pszichológus megítéli?

9. [Forrás: O, 311. oldal]
Egy rehabilitációs intézet betegeit két orvos vizsgálta abból a szempontból, hogy mennyire tartja őket rehabilitálhatónak. A betegeket 12 fokú skálán pontozták. A pontszám nagyjából azt jelenti, hogy hány hónap alatt remélhető egészségük teljes helyreállítása. Egyformán ítélték meg a bírálók a betegeket?

A beteg sorszáma	Első bíráló	Második bíráló
1	6	5
2	12	11
3	3	4
4	9	10
5	5	2
6	8	6
7	1	2
8	12	9
9	6	5
10	7	4
11	6	6
12	9	8
13	10	8
14	6	7
15	12	9
16	4	3
17	5	5
18	6	4
19	11	8
20	5	3
21	10	9
22	10	11

R3: Az egyetértési együttható

1. Egy állásra hatan jelentkeztek. A vállalat három vezetője – egymástól függetlenül – rangsorolta őket.

jelentkezők	b í r á l ó k		
	X	Y	Z
1.	1	1	6
2.	6	5	3
3.	3	6	2
4.	2	4	5
5.	5	2	4
6.	4	3	1

Mondhatjuk-e, hogy a vállalat vezetői között egyetértés van?

2. Ebben az esetben is hat személy jelentkezett állásra, de négy vezető rangsorolta őket.

A	B	C	D
6	5	6	3
4	3	4	1
1	1	2	4
2	2	1	5
3	4	3	2
5	6	5	6

Mondhatjuk-e, hogy a vállalat vezetői között egyetértés van?

3. Hét diákot kellett rangsorolni a vizsgabizottság három tagjának. A következő eredmények alapján mondhatjuk-e, hogy a vizsgabizottság tagjai egyformán ítélik meg a diákokat?

A	B	C
1	2	5
2	3	4
3	4	1
4	5	2
5	1	3
6	7	6
7	6	7

4. [Forrás: S, 233. oldal]
20 óvodás korú süket kisgyermek vett részt – anyjával együtt – egy kéthetes nyári táborozáson, ahol pszichológus és logopédus szakemberek tartottak gyakorlati képzést a süket gyermekekkel való bánásmódról. A tanfolyam végén a képzést tartó 13 szakember rangsorolta az anyákat abból a szempontból, hogy mennyire várható tőlük olyan nevelés, amely elkerülhetővé teszi a gyermek lelki károsodását. Ezek a rangsorok a következő táblázatban találhatók.

Anyák	Bíráló szakemberek												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	1	5	3	8	2	16	12	11	20	2	11	8	5
2	2	1	2	3	1	17	9	2	2	4	14	1	3
3	3	16	7	10	15	5	14	13	15	16	12	13	13
4	4	8	5	11	8	13	6	10	6	3	8	3	2
5	5	9	14	4	14	15	7	7	5	10	7	5	8
6	6	2	9	2	4	11	2	3	7	6	2	2	1
7	7	6	15	5	6	7	3	4	8	14	5	14	9
8	8	10	16	13	9	4	10	14	10	17	10	9	12
9	9	4	6	9	7	9	5	6	5	15	3	6	4
10	10	3	11	1	10	2	4	5	3	7	4	10	6
11	11	11	8	14	20	18	17	17	12	19	13	15	14
12	12	13	10	7	5	3	8	9	4	9	9	11	10
13	13	7	1	6	3	6	1	1	1	1	1	19	11
14	14	12	4	15	16	1	15	12	13	8	18	4	7
15	15	17	19	16	11	19	13	8	11	5	6	7	15
16	16	18	12	12	13	12	16	16	14	13	15	12	18
17	17	19	20	19	18	10	18	20	19	11	19	18	16
18	18	15	13	17	17	8	11	15	18	18	16	17	17
19	19	14	17	18	12	14	20	18	16	12	17	16	19
20	20	20	18	20	19	20	19	19	17	20	20	20	20

Egyetértés van a szakemberek között?
Melyik anya/anyák nevelésétől várható a legkisebb lelki károsodás?

5. Három tanár állított rangsorba hét diákot aszerint, hogy „mennyire értelmesek”. Az eredmény:

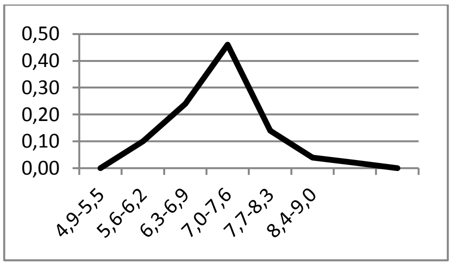
1	5	6
2	3	7
3	7	2
4	4	4
5	6	1
6	1	5
7	2	3

a) Számítsa ki a *W* egyetértési együtthatót!
b) Mit lehet mondani ennek alapján a három tanár egyetértéséről?

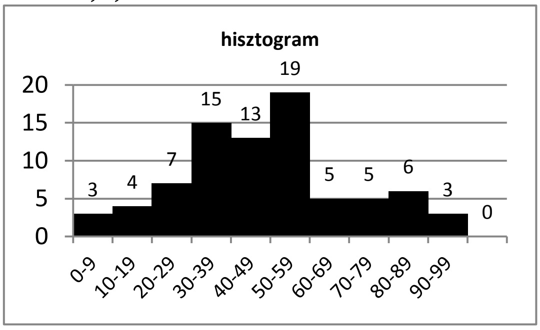
Megoldások

L1 fejezet

1. 4,22 3,72 0,44 1,22
   $0{,}05_{-}$ $4{,}25_{+}$ $3{,}55_{-}$
2. 9,3
3. 55
4. 10,5
5. –5
6. 314
7. 13
8. 6
9. 90
10. 36
11. 70
12. 150
13. 175
14. $\sum x_i - na$
15. $\sum x_i^2 - 2a\sum x_i + na^2$
16. $\sum x_i^2 + 4\sum x_i y_i + 4\sum y_i^2$
17. a) relatív gyakoriság
    b) az adatok 20%-a esik ide
    c) 60
18. $x = 5{,}9$ $y = 0{,}24$



19. $m = 54{,}5$, $M = 49$



20. A gyakoriságok rendre:
    2 1 8 13 20 10 7 11 4 4.
    $m = 44{,}5$, $M = 47{,}5$

21.

Osztály	Gyakori-ság	Rel. gyak.
4,0–4,4	3	0,06
4,5–4,9	14	0,28
5,0–5,4	22	0,44
5,5–5,9	9	0,18
6,0–6,4	2	0,04

$m = 5{,}2$

22. 9
23. 9
24. 12
25. 12
26. 11,6
27. 3,2
28. –2,5
29. –2,4
30. 3,2
31. 11,6
32. 12,48
33. 12,7

34. 6,1
35. 9,6
36. 2,3
37. 2,75
38. 11,4 g
39. 5
40. 2
41. háromszoros
42. a) a legnagyobb adat súlya tetszőleges, a többi mind 0.
    b) minden súly ugyanakkora.
43. 10,0
44. 2,08
45. 19,54
46. 0,28 mol/l
47. 1/2
48. 1
49. 2/3
50. 0,2
51. 3
52. 6
53. 2
54. 1/3
55. 4/3
56. 6,52
57. $\sqrt{2}$
58. 2/3
59. a) 1,45 b) 1 c) 1,9
    d) 0,69 e) 1 f) 1,79
60. 4,8
61. 18,3
62. b)
63. b)
64. a), b)
65. $4 < \bar{x}_g < 9$
66. A sorrend:
    $\bar{x}_h \quad \bar{x}_g \quad \bar{x} \quad M \quad m$
    Az utolsó az ábra jobb oldali, legnagyobb csúcsa alatt van.

L2 fejezet

1. 4,333…
2. 10,333…
3. 2,333…
4. 9,333…
5. 1,333…
6. 8,333…
7. 2,333…
8. 6,333…
9. 5,333…
10. 6,333…
11. 4,333…
12. 0,333…
13. 2,333…
14. 9,333…
15. 0,01867
16. 0,02967
17. 0,02167
18. 0,03367
19. 2 elemű
20. $\bar{x} = 4{,}5 \quad s = 2{,}43$
    $M = 4 \quad s^2 = 5{,}9$
21. $\bar{x} = 6 \quad s = 2{,}76$
    $M = 5{,}5 \quad s^2 = 7{,}6$
22. $s = 9{,}43 \quad s^2 = 88{,}97$
    $\bar{x} = 50{,}17$
23. $\bar{x} = 5620{,}5 \quad s = 2$
    terjedelem: 6

24. $\bar{x} = 42{,}333\ldots \quad M = 42$
$s^2 = 2{,}666\ldots \quad s = 1{,}633$
$s_{\bar{x}}^2 = 0{,}444\ldots$
terjedelem: 4

25. $\bar{x} = M = 28 \quad s^2 = 14$
$s_{\bar{x}}^2 = 2{,}333\ldots \quad s = 3{,}742$
terjedelem: 10

26. $\bar{x} = M = 54{,}5 \quad s^2 = 3{,}5$
$s_{\bar{x}}^2 = 0{,}58333\ldots \quad s = 1{,}871$
terjedelem: 5

27. $\bar{x} = M = 1113{,}5 \quad s^2 = 3{,}5$
$s_{\bar{x}}^2 = 0{,}58333\ldots \quad s = 1{,}871$
terjedelem: 5

28. $n = 4 \quad \bar{x} = 3{,}25 \quad M = 3$
$s = 1{,}5 \quad V = 46{,}2\%$
$s^2 = 2{,}25 \quad s_{\bar{x}} = 0{,}75$

29. $n = 6 \quad \bar{x} = 6{,}42 \quad M = 6{,}3$
$s = 0{,}59 \quad V = 9{,}2\%$
$s^2 = 0{,}349666\ldots \quad s_{\bar{x}} = 0{,}24$

30. $n = 9 \quad \bar{x} = 2 \quad M = 2$
$s = 3 \quad (V = 150\%)$
$s^2 = 9 \quad s_{\bar{x}} = 1$

31. $n = 13 \quad \bar{x} = 54{,}0 \quad M = 54$
$s = 3{,}9 \quad V = 7{,}2\%$
$s^2 = 15{,}1666\ldots \quad s_{\bar{x}} = 1{,}1$

32. $n = 14 \quad \bar{x} = 1{,}141 \quad M = 1{,}13$
$s = 0{,}034 \quad V = 3{,}0\%$
$s^2 = 0{,}001182 \quad s_{\bar{x}} = 0{,}009$

33. $n = 21 \quad \bar{x} = 14{,}6 \quad M = 15$
$s = 3{,}3 \quad V = 22{,}7\%$
$s^2 = 10{,}957143 \quad s_{\bar{x}} = 0{,}7$

34. $n = 7 \quad \bar{x} = 0{,}571 \quad M = 0{,}55$
$s = 0{,}103 \quad V = 18\%$
$s^2 = 0{,}011 \quad s_{\bar{x}} = 0{,}039$

35. $n = 8 \quad \bar{x} = -0{,}1125$
$s = 0{,}340 \quad M = -0{,}05$
$s^2 = 0{,}116 \quad s_{\bar{x}} = 0{,}120$
V nem számolható

36. $n = 11 \quad \bar{x} = 35{,}45 \quad M = 30$
$s = 16{,}348 \quad V = 46{,}1\%$
$s^2 = 267{,}373 \quad s_{\bar{x}} = 4{,}929$

37. a) 62,5 g　b) 7 g^2
c) 4,2%　d) 1,3 g
e) 63 g　f) 6 g
g) 4,0 g　h) 2,6 g ($\sqrt{7}$)

38. a) 15　b) 36,8 ^{o}C
c) 36,77 ^{o}C　d) 1,3 ^{o}C
e) 0,115 ^{o}C　f) 0,34 ^{o}C
g) 0,09 ^{o}C　h) 0,68 ^{o}C
i) 1,02 ^{o}C　Egy sem.

39. $\bar{x} = 316{,}8\text{s} \quad s = 44{,}4\text{s}$

40. 3

41. 1

42. 4,528

43. A szórás az elsőben nagyobb, mert ott nagyobb a relatív szórás (40, ill. 10%).

44. 25%

45. 200%

46. 4

47. 1,5%

48. 101

49. 141

50. 7

51. 9

52. $V = 150\% \quad s_{\bar{x}} = 6$

53. 50%

54. 2
55. 0,4
56. 0,315
57. 0,272
58. 2,5
59. 0,24
60. $\bar{x} = 8 \quad s = 6 \quad n = 9$
    Az átlag hibakorlátja: 4.
61. 37,5%
62. 40 cm
63. 80 mg
64. 16
65. 28
66. 100
67. 10 100%
68. 16
69. 36
70. 5% 99,8%
71. 150 2 adat
72. 100
73. 100
74. 12, ill. 1,2
75. 16
76. 100
77. 81
78. 200
79. 0,9
80. négyet
81. 998
82. 0,4
83. 2,248
84. 3,536
85. 14
86. 2,6
87. 3,5
88. 0,7
89. 30
90. 160
91. 0,134
92. 0,2
93. 0,2
94. 0,6
95. 0,6
96. 0,6
97. 0,2811

L3 fejezet

1. $r = 0,4$ $y = 1,5 + 0,2x$
2. $r = –0,8$ $y = 5,5 – 0,4x$
3. $r = –0,4$ $y = 3,5 – 0,2x$
4. $r = –0,4$ $y = 5,5 – 0,2x$
5. $r = 0,8$ $y = 10,4 + 0,4x$
6. $r = 0,5$ $y = x$
7. $r = –0,4$ $y = –32,9 – 0,2x$
8. $r = – 0,8$ $y = 16,5 – 0,4x$
9. $r = \dfrac{0,1}{\sqrt{0,675}} = 0,122$
   $y = x + 192,05$
10. $r = -0,778 \qquad s_{xy} = -4,4$
    $y = 253,44 - 0,44x$
11. a) $y = 46 + 2x$
    b) $s_{xy} = 6$
    c) meghatározottsági együttható: 75%
    d) $s_x^2 = 3$ e) $s_{\bar{x}} = 1$
    f) $s_y^2 = 16$ g) $V_y = 8\%$

12.
$\bar{x} = 5{,}8 \qquad s_{\bar{x}} = 1{,}1$
$\bar{y} = 15{,}3 \qquad s_{\bar{y}} = 0{,}5_{-}$
$r = 0{,}6667$
$y = 13{,}59 + 0{,}288x$

13.
$\bar{x} = 2{,}74 \qquad s_{\bar{x}} = 0{,}08$
$\bar{y} = 5{,}8 \qquad s_{\bar{y}} = 1{,}2$
$r = -0{,}724$
$y = 36{,}1 - 11{,}06x$

14.
$\bar{x} = 6{,}3 \qquad s_{\bar{x}} = 0{,}9$
$\bar{y} = 58{,}0 \qquad s_{\bar{y}} = 1{,}4$
$r = -0{,}332$
$y = 61{,}26 - 0{,}5143x$

15.
$\bar{x} = -0{,}4 \qquad s_{\bar{x}} = 2{,}0$
$\bar{y} = 1{,}23 \qquad s_{\bar{y}} = 0{,}16$
$r = 0{,}497$
$y = 1{,}245 + 0{,}0391x$

16.
$\bar{x} = 6{,}90 \qquad s_{\bar{x}} = 0{,}32$
$\bar{y} = 22{,}06 \qquad s_{\bar{y}} = 0{,}78$
$r = 0{,}908$
$y = 7{,}02 + 2{,}18x$

17.
$\bar{x} = 5{,}43 \qquad s_{\bar{x}} = 0{,}14$
$\bar{y} = 0{,}246 \qquad s_{\bar{y}} = 0{,}015_{-}$
$r = 0{,}893$
$y = -0{,}2814 + 0{,}09707x$

18. $y = -5 + 3{,}75x$

19. $y = 4 + 3x$

20. $r = -0{,}6 \qquad y = 14 - 1{,}5x$

21.
$r = -0{,}986$
$y = -0{,}716 - 0{,}7485_{+}\,x$
$s_x^2 = 50{,}7 \qquad V = 65{,}9\%$

22.
$r = 0{,}997$
$y = 2{,}68 + 1{,}477x$
$s_x^2 = 43 \qquad V = 54{,}6\%$

23.
$r = -0{,}689$
$y = 5{,}45_{+} - 0{,}419x$
$s_x^2 = 6{,}2 \qquad V = 36{,}6\%$

24.
$r = -0{,}728$
$y = 5{,}97 - 0{,}671x$
$s_x^2 = 7{,}3 \qquad V = 31{,}4\%$

25. $a = \bar{y} - b\bar{x} \qquad b = \dfrac{Q_{xy}}{Q_x}$

26. $y = \bar{y}$ (vízszintes)

27. c)

28. $r = 1$ (A két oszlop közt ugyanis lineáris kapcsolat van, melynek egyenlete $y = 2x + 10$.)

29. $r_{vk \cdot é} = 0{,}178$

S1 fejezet

1. –1 –0,10 –1,23 1,71
0,58 –0,32 0,38

2. a) $z_1 = -0{,}4 \quad z_2 = 0{,}8$
$z_3 = 0{,}9 \quad z_4 = -0{,}9$
$z_5 = 0{,}2$
b) $\bar{z} = 0 \qquad s_z = 1$
c) $m = -0{,}5 \quad M = -0{,}2$
$T = 4{,}5$ V-t nem lehet

3. A standardizált értékek:
–1,23 –0,23 –0,54 1,08 0,08
–0,08 1,38 0,54 –0,15 0,31
–1,54 –0,31 2,31 –0,08 –1
–0,38.
A standard normális eloszlás négyzete 1 szabadságfokú χ^2-eloszlás; ennek várható értéke 1.

4. a) $\bar{x} = 321 \quad M = 308$
$T = 78 \quad s = 29{,}394$
Modust ilyen kevés adatból nem lehet.
b) Reciprok transzformáció: $z_i = 1/x_i$
c) $\bar{z} = 0{,}1367 \cdot 10^{-3}$
d) $\bar{z} = 1/\bar{x}_h$

5. 50%: 26,20 – 28,20
90%: 24,77 – 29,63
99,9%: 22,32 – 32,08
76%.

6. a) d) f) h)

7. b) d) e) g) i)

8. Első fajta hiba.
Nagysága tőlünk függ: magunk választjuk meg.

9. Második fajta hiba.
Csökkenthető az elemszám növelésével.

10. a)

11. c)

12. b)

13. Nullhipotézis: a két készítmény hatása egyforma.
χ^2-próbát kell alkalmazni:
$$\chi^2 = \frac{N(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

14. a) kétmintás t-próba
b) független csoportok
normális eloszlás
egyforma szórás

15. Legjobb a c) módszer, de alkalmazható a) is.

16. a) 1 b) igen c) 30 d) nem
e) a szemüvegviselés szempontjából tér el a két csoport.

17. A normális eloszlás megléte.

18. a) 1,131
b) 40 főnyi csoporton (Az átlag és a szórás változatlanságát feltételeztük
c) Mert így nagyobb a szabadságfok, és ezért már kisebb t is elég lenne a szignifikanciához..

19. a) $t = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_e\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$
b) F-próbával
c) 14
d) 2,145
e) A két minta szignifikánsan különbözik.

S2 fejezet

1. $0{,}53 \le \mu \le 3{,}47$

2. $2{,}13 \le \mu \le 2{,}47$

3. 95%-os: $1{,}40 \le \mu \le 4{,}60$
98%-os: $1{,}05 \le \mu \le 4{,}95$

4. $3{,}65 \le \sigma \le 5{,}14$

5. $2{,}19 \le \sigma \le 4{,}07$

6. $4{,}92 \le \sigma^2 \le 22{,}84$

7. $4{,}07 \le \sigma \le 6{,}45$

8. $1{,}28 \le \mu \le 8{,}72$
$4{,}31 \le \sigma \le 10{,}27$

9. $2{,}12 \le \mu \le 7{,}88$
$3{,}97 \le \sigma \le 8{,}73$

10. $4{,}45 \le \mu \le 15{,}55$
$2{,}90 \le \sigma \le 10{,}61$

11. $2{,}02 \le \mu \le 4{,}48$
$1{,}04 \le \sigma \le 3{,}40$

12. $5{,}94 \le \mu \le 6{,}90$
$0{,}19 \le \sigma^2 \le 1{,}09$

13. $6{,}69 \le \mu \le 11{,}31$
$2{,}32 \le \sigma \le 4{,}54$

14. $50{,}70 \le \mu \le 57{,}30$
$2{,}94 \le \sigma \le 34{,}83$

15. $1{,}117 \le \mu \le 1{,}165$
$0{,}024 \le \sigma \le 0{,}061$

16. $11{,}91 \le \mu \le 17{,}30$
$2{,}42 \le \sigma \le 5{,}15$

17. $0{,}474 \le \mu \le 0{,}640$
$0{,}0038 \le \sigma^2 \le 0{,}0296$

18. $-0{,}34 \le \mu \le 0{,}11$
$0{,}067 \le \sigma^2 \le 0{,}285$

19. $26{,}52 \le \mu \le 44{,}38$
$12{,}08 \le \sigma \le 26{,}05$

S3 fejezet

1. $t = 2$ $p > 0{,}05$
2. $t = –0{,}211$ $p > 0{,}8$
3. $t = 4{,}333$ $p < 0{,}05$
4. $t = 7{,}681$ $p < 0{,}001$
5. igen (kétoldali próba)
$t = 3$ $p < 0{,}02$
6. igen (egyoldali próba)
$t = 4$ $p < 0{,}005$
7. nem volt eredményes
$t = 1{,}667$ $p > 0{,}05$
egyoldali próba
8. $s^2 = 4{,}567$
nem tér el $p > 0{,}20$
9. $s^2 = 4{,}567$
nagyobb $p < 5\%$
10. $s^2 = 2{,}67$
nem térnek el $p > 5\%$
kétoldali próba
11. $F = 4$ $p > 5\%$
végezhető *t*-próba
$s_e^2 = 17{,}4375$
12. $F = 4$ $p > 0{,}20$
$t = 0{,}777$ $p > 0{,}40$
13. $F = 1{,}354$ $p > 0{,}20$
$t = 2{,}147$ $p < 0{,}05$
14. $F = 3{,}501$ $p > 10\%$
$t = –2{,}268$ $p < 0{,}05$
A két csoport közt találtunk különbséget.
15. $t = 0{,}617$ $p > 0{,}50$
16. $t = –0{,}617$ $p > 0{,}50$
17. $t = –1{,}818$ $p > 0{,}10$
18. $t = 1{,}281$ $p > 0{,}20$
19. $t = 6{,}502$ $p < 0{,}001$
20. $t = 7{,}154$ $p < 0{,}001$
21. $F = 3{,}556$ $p > 10\%$
Nem tér el.
22. $F = 3{,}309$ $p > 0{,}10$
Nem tér el.
23. $F = 42{,}466$ $p < 0{,}5\%$
Eltér.
24. A p értékeknek ugyanabba a tartományba kell esniök. (Ez meg is történt.) Ennél érzékenyebb ellenőrzés azonban, ha a kapott t és F értékeket hasonlítjuk össze: igaznak kell lennie az $F = t^2$ összefüggésnek. (A kerekítésből adódó pontatlanságtól eltekintve ez is teljesül.)
25. $F = 6{,}667$ $p < 5\%$
Eltér a vízszintestől.
26. $t = 1{,}741$ $p > 0{,}10$
Sikerült (nagyjából) eltalálni: az átlag nem tér el szignifikánsan 9/8 = 1,125-től.

27. $y = 19 + 1{,}3x$ $r = 0{,}65$
    Korrelációs t-próbával: $t = 2{,}566$ $p < 5\%$
    varianciaanalízissel: $F = 6{,}584$ $p < 5\%$
    A kapcsolat tehát valódi. (Elég egyik módszerrel elvégezni a számolást, hiszen a két eredmény törvényszerűen azonos.)

28. $F = 6{,}667$ $p < 0{,}05$ vagy $t = 2{,}580$ $p < 0{,}05$
    Van lineáris kapcsolat.

29. $y = 20{,}825 + 0{,}925x$ $r = 0{,}6520$
    $t = 1{,}72$ $p > 0{,}10$ vagy $F = 2{,}96$ $p > 0{,}10$
    Nincs lineáris kapcsolat.

30. $t = 3$ $p < 0{,}02$ Szignifikáns a változás.
    $2{,}66 \text{ Hz} \leq \mu \leq 11{,}34 \text{ Hz}$

31. $t = -3$ $p < 0{,}005$
    A szabad zsírsav koncentrációja a várt irányban befolyásolja az ellenanyag termelését. (Egyoldali próba.)

32. Igazolja: egyoldali volt a hipotézis, ezért $p < 0{,}05$.

33. $\bar{x} = 5{,}3 \text{ mm}$ $s = 4{,}64 \text{ mm}$
    $t = 3{,}608$ $p < 0{,}005$ (Egyoldali próba.)
    $2{,}6 \text{ mm} \leq \mu \leq 7{,}9 \text{ mm}$

34. $t = 1{,}891$ $p > 0{,}05$ (F=1,076 p>0,20)
    A tápanyagok különbözősége a növekedést nem befolyásolja.

35. $t = 3{,}667$ $p < 0{,}025$
    A gyógyszer hatásos. (Egyoldali próba.)

36. A vizsgálat eredménye nem függhet az egységválasztástól! Pontosan ugyanezt a t értéket kaptuk volna a más egységben mért adatokból is. (Az átlag és a szórás ugyanannyival szorzódik, az új egységnek megfelelően; t számolásakor ez a szorzószám kiesik.)

37. $t = 2{,}912$ $p < 0{,}01$ ($F = 1{,}2364$ $p > 0{,}20$)
    Van különbség a két csoport között.

38. $t = -1{,}5$ $p > 0{,}05$ ($F = 2{,}923$ $p > 0{,}20$)
    Nem magasabbak a lányok a fiúknál (egyoldali próba alapján).
    Túl kicsi az elemszám!

39. $t = -2{,}380$ $p < 0{,}025$
    A fogyókúra hatásos volt. (Egyoldali próba.)

40. $t = -1$ $p > 0{,}15$
    Nem csökkent számottevően a figyelem zajban. (Egyoldali kérdés.)

41. Kétmintás t (és előtte F-próba).
$t = -1{,}25$ $p > 20\%$ $F = 2{,}136$ $p > 20\%$
Adataink nem igazolják a föltevést.

42. $t = 1$ $p > 0{,}15$ (egyoldali próba)
Nem növekedett a koncentráció időtartama.

43. $t = 1{,}429$ $p > 0{,}10$ Nem bizonyította.

44. $t = 2{,}919$ $p < 0{,}02$ A hibák száma különbözik.

45. A különbségek eloszlása feltűnően ferde: nem származhat normális eloszlásból. Meg kell próbálni *arányokból* számolni. (*Hányadrésze* a második érték az elsőnek.) Ennek eredménye:
$t = 6{,}376$ $p < 0{,}001$

46. $t = -2{,}862$ $p < 0{,}025$ Hatásos.

47. $t = -4{,}861$ $p < 0{,}005$ Hatásos.

48. $t = 1{,}005$ $p > 0{,}30$ $F = 1{,}202$ $p > 0{,}20$
A két gyógyszer hatása közt nincs lényeges különbség.

49. a) Igen. (Egymintás t, egyoldali kérdésfeltevés. $t = 12{,}768$)
b) Nem. (Egymintás t, egyoldali kérdésfeltevés. $t = 0{,}447$)
c) Igen (Kétmintás t, kétoldali kérdésfeltevés. $t = 7{,}187$; F=1,877)
d) Igen (Kétmintás t, kétoldali kérdésfeltevés. $t = 4{,}385$; F=1,959)
e) Nem. (Kétmintás t, kétoldali kérdésfeltevés. $t = 11{,}362$; F=2,12)

50. a) Igen. (Kétmintás t, egyoldali kérdésfeltevés. $t = 1{,}801$; F=2,250)
b) Igen. (Egymintás t, egyoldali kérdésfeltevés. $t = 2{,}611$)
c) Igaz. (Korrelációs t, egyoldali kérdésfeltevés. $r = 0{,}816$ $t = 2{,}820$)
d) Igen. (Kétmintás t, kétoldali kérdésfeltevés. $t = 0{,}401$; F=1,091)
e) Igen. (Kétoldali, kétmintás, de d-próba, mert $F = 18{,}09$, $p<0{,}05$;
$d = 0{,}905$, semmilyen szabadságfoknál nem szignifikáns.)

51. Kétmintás t-próbát kell végezni; a párosítás helytelen eljárás. Az adatok nem erősítik meg (egyoldali) hipotézisünket (vagyis a „közhiedelmet”): $t = 1{,}6$; $p > 0{,}05$; F=1,25.

52. Az összehasonlításokra vonatkozó kérdések nem tartalmaznak iránymegjelölést, ezért minden esetben kétoldali próbát végzünk.

a) Fizsó	kiindulás:	$36{,}58 \pm 0{,}14$ (9)	$36{,}27 \le \mu \le 36{,}89$
	3 órás:	$36{,}43 \pm 0{,}13$ (9)	$36{,}14 \le \mu \le 36{,}72$
	4 órás:	$36{,}64 \pm 0{,}01$ (9)	$36{,}42 \le \mu \le 36{,}87$
Reserpin	kiindulás:	$36{,}51 \pm 0{,}11$ (9)	$36{,}26 \le \mu \le 36{,}76$
	3 órás:	$32{,}78 \pm 0{,}41$ (9)	$31{,}84 \le \mu \le 33{,}72$
	4 órás:	$31{,}86 \pm 0{,}42$ (9)	$30{,}88 \le \mu \le 32{,}83$

b) Egymintás t. Fizsó: nem különböznek. ($t = 1{,}082$)
Reserpin: különböznek. ($t = 9{,}145$)

c) Egymintás *t*. Fizsó: nem térnek el. ($t = –0,419$)
Reserpin: eltérnek. ($t = 11,084$)

d) Egymintás *t*. Fizsó: nem különböznek. ($t = –1,820$)
Reserpin: különböznek. ($t = 3,867$)

e) Egyik kétmintás *t* sem végezhető el, a szórások eltérése miatt:
3 óra múlva: $F = 10,54$ $d = 8,552$
4 óra múlva: $F = 18,94$ $d = 11,017$
Mindkettő szignifikáns, már a 8-as szabadságfoknál is.

f) Nem különbözött. (Kétmintás *t*; $F = 1,549$ $t = 0,385$)

g) Fizsó 3 órás: $r = 0,479$ t=1,444
4 órás: $r = 0,094$ t=0,249
Reserpin 3 órás: $r = 0,135$ t=0,361
4 órás: $r = 0,161$ t=0,433
Ezek egyike sem szignifikáns. (Korrelációs *t*-próbák.)

h) Fizsó: $r = 0,484$ ($p > 0,10$) t=1,463
Reserpin: $r = 0,836$ ($p < 0,01$) t=4,036

i) A kérdésfeltevés hibás: két független csoport között nem számolható korreláció.

j) Ugyanúgy értelmetlen kérdés, mint az előző.

k) A kérdés *F*-próbákkal dönthető el. Ezeket azonban már elvégeztük a kétmintás *t*-k előtt; l. az e) és f) pontokat.

l) Erre vonatkozóan nem tanultunk statisztikai próbát. (Az *F*-próba csak független varianciák összehasonlítására alkalmas!)

m) Ugyanúgy nem tudunk válaszolni, mint az előző kérdésre.

n) A testhőmérséklet-adatok normális eloszlása.

D1 fejezet

1.

2.

3. $(n-2)!$

4. n

5. $\dfrac{1}{n(n+1)}$

6. Egyszerűsítve: $(k + 1) + k + (k - 1) = 3k$

7. a) $(n + 1) - n = 1$

   b) $\dfrac{(n+1)!}{(n-1)!} = n(n+1)$

   c) $\dfrac{n+1}{n} = 1 + \dfrac{1}{n}$

8. $n!$

9. $6^6 = 46\,656$

10. a) A tizedik.
    b) $\binom{10}{4}$
    c) 210 120 45 10 1
    d) 1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1

11. a) 1 9 36 84 (a többi már megvolt)
    b) 1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
    c) A tizedik.
    d) Binomiális együtthatók.

12. a) Bármi is n: $\binom{n}{0} = \frac{n!}{0!(n-0)!} = 1$
    b) Minden n-re: $\binom{n}{1} = \frac{n!}{1!(n-1)!} = \frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdots 2\cdot 1}{(n-1)\cdot(n-2)\cdots 2\cdot 1} = n$
    c) Ez a binomiális együtthatók képletének szimmetriájából következik: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{(n-k)!(n-(n-k))!} = \binom{n}{n-k}$

13. (Az általános esetet bizonyítom.)
    Hozzuk közös nevezőre a két törtet:

$$\frac{n!}{k!(n-k)!} + \frac{n!}{(k+1)!(n-(k+1))!} = \frac{n!\big((k+1)+(n-k)\big)}{(k+1)!(n-k)!} =$$

$$= \frac{n!(n+1)}{(k+1)!\big((n+1)-(k+1)\big)!} = \binom{n+1}{k+1}$$

D2 fejezet

1. $P_1 = 0{,}36788$ $\qquad P_2 = 0{,}18394$
2. $P_3 = 0{,}08674$
3. $P_1 = 0{,}30336$ (A pontos érték 0,30326 lenne; ennyi rontott P_4 kerekített magadása.)
4. $P_3 = 0{,}2204$
5. Azért több a „jó” láda, mert olyan is van, ahol *egynél több* hibás villanykörte található

$$\sum_{k=3}^{\infty} P_k = 1 - \sum_{k=0}^{2} P_k = 0{,}01439.$$

(A pontos értékekkel számolva: $P_0 + P_1 + P_2 = 0{,}985\,612$.)

6. a) $P_5 = 0{,}003$
   b) $P_4 = 0{,}0016$
   c) $P_8 = 0{,}008$
   d) $P_3 = 0{,}004$ (Kiszámításához megadjuk P_0-t: $P_0 = 0{,}71653$.)
7. 3
8. Maga a szórás kevés sejt megfigyelésekor kisebb, de a relatív szórás ilyenkor nagyobb a $\mu = \sigma^2$ összefüggés miatt.
9. a) μ-t 9-cel becsüljük, σ becslése tehát 3. Az alsó és felső hibakorlát 3 és 15.
   b) Hosszabb ideig figyeljük meg,
10. a) 0,6765 (= $5p_0$)
    b) $\mu = 2$, $\sigma = 1{,}414$
    c) 4,242

D3 fejezet

1. Pontosan 4 kékszemű valószínűsége: 0,016
   Legfeljebb 2 kékszemű valószínűsége: 0,000 416
2. $p = 0{,}000\,000\,0029$, de mivel ez csak az egyik szélsőség (a lányok túlsúlya), az értéket 2-vel meg kell szorozni, hiszen a példa szövegében *nem emeltük ki,* hogy milyen típusú szélsőségről van szó. („Kétoldali megfogalmazás.”)
3. Nem mond ellent: $p = 0{,}183\,518$
4. Nem több szignifikánsan: $p = 0{,}09680$
5. $p_5 = 0{,}000\,000\,022$
   $p_1 = 0{,}230\,354\,803$
   $p_2 = 0{,}022\,473\,639$
   $p_3 = 0{,}000\,812\,300$
   $p_4 = 0{,}000\,009\,670$
   $p_0 = 1 - (p_1+p_2+p_3+p_4+p_5) =$
   $= 0{,}746\,349\,566$
6. $p = 0{,}821$
7. Nincs különbség: $p > 0{,}05$
8. Hatásos volt: $p < 0{,}05$
   (Egyoldali próba.)
9. Nem változott: $p > 0{,}20$
10. Hatásos volt: $p < 0{,}025$
    (Egyoldali próba.)
11. Van különbség: $p < 0{,}05$
12. Az anya helyesli jobban: $p<0{,}05$. (Egyoldali próba.)
13. Nem csökkentette: $p > 0{,}10$
    (Egyoldali próba.)
14. Igen: a benzedrin emeli az ütésszámot ($p < 0{,}05$).
    Egyoldali próba.
15. a) Mediánpróbát végeztünk ($M = -74{,}5$), és találtunk különbséget. ($\chi^2 = 9$, $p < 0{,}01$)
    b) Kétmintás *t*-próba. Nem végezhető, mert az adatok *nagyon* nem normális eloszlásúak: a modus az eloszlás bal szélén van!
    c) $t = 0{,}507$ $p > 0{,}60$
    Eszerint nincs különbség!
16. $M = 7{,}35$ Nincs különbség.
    (Fisher-próbát kellett végezni!)
17. $M = 179$ $\chi^2 = 1{,}222$ $p>0{,}20$
    Választhattunk volna kétmintás *t*-próbát ($t = -1{,}819$), de úgy sincs különbség.
18. A három csoport közös mediánja 1,59. A fajták közt van különbség: $\chi^2 = 18{,}528$ $p < 0{,}001$
19. Mediánpróba (M=15); a χ^2-hez Yates-korrekcióval. $\chi^2 = 6{,}416$
    $p < 0{,}05$ Még így is szignifikáns.
20. Mediánpróba ($M = 9{,}3$), a χ^2 kiszámításához feltétlenül kell a Yates-korrekció. $\chi^2 = 2{,}165$
    $p > 0{,}10$. (Korrekció nélkül sem lenne szignifikáns: $\chi^2 = 3{,}569$.)

D4 fejezet

1. –0,4. A próba nem végezhető el (110 < 150).
2. 0,56. A próba elvégezhető (272 > 200), és eredménye: $\chi^2 = 3{,}342$
(Nem szignifikáns: $p > 0{,}05$.)
3. 0,3. A próba nem végezhető el (120 < 150).
4. –0,82. A próba elvégezhető (240 > 190), és eredménye: $\chi^2 = 8{,}416$
(Szignifikáns: $p < 0{,}01$.)
5. $\psi = -1$, amit számolás nélkül is tudtunk, hiszen az egyik gyakoriság nulla. A próba elvégezhető (600 > 300), és eredménye: $\chi^2 = 30$ (Szignifikáns, $p < 0{,}001$.)
6. $\psi = -0{,}931$ $\chi^2 = 23{,}254$ $p < 0{,}001$ (szignifikáns)
7. $\varphi = -⅓$. Ez szignifikáns: $\chi^2 = 5{,}556$, $p < 0{,}05$.
8. $\varphi = 0{,}21$ $\chi^2 = 1{,}800$ $p > 10\%$ (nem szignifikáns)
9. $\psi = -0{,}65$ $\chi^2 = 5{,}184$ $p < 5\%$ (szignifikáns)
10. $\chi^2 = 0{,}130$ $p > 0{,}70$ Nincs köztük különbség.
11. $\varphi = -0{,}25$ Ez nem szignifikáns: $\chi^2 = 3{,}75$ $p > 5\%$
A feladat SPSS-megoldása megtalálható a 146. oldalon.
12. $\psi = -½$ $\varphi = -¼$ A moziba járás és az olvasás közt elég erős negatív kapcsolat van (az egyik bizonyos fokig „kizárja” a másikat), de ez az összefüggés nem bizonyítható (nem szignifikáns : $\chi^2 = 3{,}75$) – legalábbis ilyen kis minta esetén.
13. $\psi = 0{,}5$ $\varphi = \frac{1}{\sqrt{15}}$ Az összefüggés szignifikáns: $\chi^2 = 4{,}667$ $p < 5\%$.
A kapcsolat pozitív, tehát együtt jár a két tulajdonság (a jó magyarosok inkább járnak színházba), és ezt általánosítani is lehet, de csak olyan diákokra, akik hasonló körülmények közt élnek. (Tehát pl. arra a városra, ahol a vizsgálatot végezték.)
14. Az interakciót valószínűsíteni tudjuk: $\chi^2 = 12{,}5$ $p < 0{,}001$. $\varphi = 0{,}5$
15. A különbség nem olyan lényeges. ($\chi^2 = \frac{35}{36}$, nem szignifikáns.)
16. Az eredmény szignifikáns: $p < 0{,}05$. A lányok közt több a dohányos.
17. A különbség elég nagy ehhez: a χ^2-próba szignifikáns. $\chi^2 = 5{,}333$ $p < 0{,}05$
18. Az adatok alapján nem fogalmazhatunk meg ilyen állítást: a próba nem szignifikáns.
$\chi^2 = 2{,}222$ $p > 0{,}10$
19. Az adatok alátámasztják a megfigyelést. ($\chi^2 = 4{,}444$, ez pedig szignifikáns: $p < 0{,}05$.)

20. Általános következtetések nem vonhatók le: a neurotizáló hatás nem bizonyítható. ($\chi^2 = 3{,}24$ $p > 0{,}05$)

21. A napsütés szignifikánsan jó hatással volt. $\chi^2 = 6{,}667$ $p < 1\%$

22. Nem bizonyítható. ($\chi^2 = 2{,}143$ $p > 0{,}10$)

23. 24-nek. (Megjegyzendő, hogy a feladat megoldása közben felírt egyenletnek van egy másik gyöke is. Ez azt adja meg, hogy hány állatnak kell minimálisan görcsölnie a 40-ből, hogy a B anyag görcsöt fokozó hatását bizonyítani lehessen. Erre 37-et kapunk.)

24. Igen! ($\chi^2 = 8{,}333$ $p < 0{,}01$)

25. Hatással van rájuk, ezt igazolja a χ^2-próba: $\chi^2 = 24{,}5$ $p < 0{,}001$.

26. Nem befolyásolja: $\chi^2 = 2{,}667$ $p > 0{,}10$

27. Azt, hogy befolyásolja: $\chi^2 = 4{,}301$ $p < 0{,}05$

28. Természetesen semmit. Ahhoz azonban, hogy adott hatást statisztikai eszközökkel bizonyítani tudjunk, bizonyos mintaelemszám szükséges: kisebb minta nem biztosítja a szignifikanciát, és így nem teszi lehetővé az állítás alátámasztását. (Nagy a második fajta hiba.)

29. 220-at.

30. a)

	+	–
A	4	7
B	9	1

	+	–
A	3	8
B	10	0

b) $p_1 = 0{,}016\ 217$ $p_0 = 0{,}000\ 811$
c) Hipergeometrikus eloszlás.
d) Nem, hiszen a megfigyelt eset valószínűsége már önmagában is nagyobb, mint 5 (sőt 10) százalék.

31. Hatásos volt. ($p = 0{,}0287$)

32. Nem találunk különbséget. ($p = 0{,}120\ 774$) (Fisher-próba, kétoldali próbavégzés.)

33. A két vizsgált vasútvonal közt nincs különbség. ($p = 0{,}25621$; kétoldali kérdés)

34. Nincs különbség a két fajta egér közt ($p = 0{,}027\ 722\text{x}2$)
Észre kell venni, hogy ha szélsőséget találnánk, az az lehetne, hogy a szürke egérből kevesebb lesz rákos.

35. Az elsősök közt nem kisebb a focisták aránya. ($p = 0{,}2789$)

36. Bár a csoport létszáma miatt Yates-korrekció alkalmazása indokolt lenne, a próbát anélkül végezzük. (A Yates-korrekció a második fajta hibát megnöveli.) Így azután találtunk különbséget a két osztály közt: $\chi^2 = 4{,}25$ $p < 0{,}05$. (Korrekció alkalmazása esetén $\chi^2 = 3{,}205$, az eredmény tehát nem szignifikáns.)

D5 fejezet

1. χ^2=10,68; p<0,05; Φ=0,131; Ψ=0,0529

2. χ^2=69,389; p<0,001; Φ=0,2983; Ψ=0,4852

3. χ^2=11,99; p>0,20; Φ=0,0666; Ψ=0,127

4. χ^2=4,021; p>0,30

5. Összevonások után (2×4), ha a három utolsó oszlopot összevonjuk, és mindössze két sort képezünk úgy, hogy 0,1,2 látogatás kerül az egyikbe, a többi a másodikba.
   χ^2=1,295; p>0,70
   (Természetesen elképzelhető más összevonás is.)

6. χ^2=585,98; p<0,001; Φ=0,398; (mert a kategóriáknak van természetes sorrendje).

7. χ^2=57,830; p<0,001; Ψ= –0,2823

8. χ^2=8,4829; p>0,05; Nincs kapcsolat az iskolai végzettség és a szavazási gyakoriság közt.

9. χ^2=5,5743; p>0,30; Nem találunk különbséget.

10. χ^2=20,82; p<0,01; Φ=0,034. Függ a vércsoporttól a gyomorrák és a fekély kialakulása

11. χ^2=40,543; p<0,001; Φ=0,048.

12. χ^2=22,378; p<0,001; Φ=0,199. Van különbség a nézetek közt.

13. χ^2=22,525; p<0,01; Φ=0,3356; Ψ=0,32

14. χ^2=6,4247; p>0,10. Nem függ az emberek foglalkozásától.

15. χ^2=17,63; p<0,01; Φ=0,18. Találunk összefüggést.

16. χ^2=12,45; p<0,01; Φ=0,45; Ψ = –0,493. Különböznek a két osztály tanulói.

17. χ^2 próba nem számolható, mert $\nu_{21}<5$; $\nu_{22}<5$; $\nu_{23}<5$; Ψ = –0,388

18. χ^2=180,8739; Φ=0,3473

19. χ^2=78,442; p<0,001; Φ=0,306; Ψ=0,316

20. χ^2=8,664; p>0,10. Nem találtunk összefüggést a társadalmi hovatartozás és az alkoholfogyasztás között.

21. Összevonások (4–5) után, χ^2=115,005; p<0,001; Φ=0,392; Ψ=0,612

22. χ^2=263,858; p<0,001; Φ=0,1835; Ψ=0,015

D6 fejezet

1. χ^2=10,08; p>0,30; igen

2. χ^2=9,48; p<0,05; igen

3. χ^2=17,516; p<0,001; igen

4. χ^2=19,365; p<0,001; nem

5. χ^2=120,71; p<0,001; nem

6. χ^2=123,704; p<0,001; ez az elképzelés sem helyes

7. χ^2=27,745; p<0,001; igen

8. χ^2=5,66; p>0,10; igen

9. χ^2=181,655; p<0,001; nem egyezik a két eloszlás

10. h=8-tól összevonva χ^2=6,625; p>0,30; igen

11. χ^2=4,807; p<0,05; nem

V1 fejezet

1.

	A	B	C	D	$\sum$
	5	9	8	3	
	7	11	6	1	
	6	8	9	4	
	3	7	5	6	
	9	7	7	3	
	7		4	5	
	4		4		
	2				
Elemszám	8	5	7	6	26
Összeg	43	42	43	22	150
Átlag	5,375	8,4	6,143	3,667	-
$\sum x_i^2$	269	364	287	96	1016
T_j^2/n	231,125	352,8	264,143	80,667	928,735
Q_j	37,875	11,2	22,857	15,333	87,265
s^2	5,4107	2,8	3,8095	3,0667	-
s	2,3261	1,6733	1,9518	1,7512	-
V	43,3	19,9	31,8	55,8	-

B=0,7489; p>0,80 (C=1,084 B/C=0,69)

típus	Q	f	s^2	F	p	F krit
minták közti	63,350	3	21,117	5,32	<0,01	3,05
mintán belüli	87,265	22	3,9666			
teljes	150,615	25	6,025			

Nem ugyanannyit jegyeznek meg.
A feladatot SPSS-program segítségével megoldva az outputot a 147-149. oldalon találják.

2. max F=2,5; p>0,05

típus	Q	f	s^2	F	p	F krit
minták közti	126,265	2	63,13	3,65	>0,05	3,68
mintán belüli	259,46	15	17,297			
teljes	385,725	17	22,69			

Nincs különbség a dózisok hatása közt.

3. Igen. max F=2,564; p>0,05

típus	Q	f	s^2	F	p	F *krit*
minták közti	120280	2	60140	5,854	<0,025	3,88
mintán belüli	123270	12	10272,5			
teljes	243550	14				

4. Találunk különbséget. max F=1,4853; p>0,05

típus	Q	f	s^2	F	p	F *krit*
minták közti	4,366	3	1,4553	5,9448	<0,005	2,84-2,92
mintán belüli	8,814	36	0,2448			
teljes	13,18	39	0,3378			

Különbözik pl. a kenu és a maraton. A kenu és a foci. Az öttusa és a foci nem. A maraton összehasonlítva az összes többivel nem.

5. Igen. B=0,9264; p>0,8

típus	Q	f	s^2	F	p	F *krit*
minták közti	1360,726	3	453,575	6,7914	<0,005	3,29
mintán belüli	1001,8	15	66,787			
teljes	2362,526	18				

Különbség van például a világosszőke és a sötétbarna hajszínűek közt,a szőkék és a barnák közt, de nincs különbség a kétfajta barna közt .

6. Igen, különbözik a teljesítmény. max F=3,5826; p>0,05

típus	Q	f	s^2	F	p	F *krit*
minták közti	12698	2	6349	10,664	<0,005	4,26
mintán belüli	5358,25	9	595,3611			
teljes	18056,25	11				

7. s_k^2=15; A=0,267; $F_{0,05}$=8,62; B=3; C=3,75; $F_{0,05}$=2,92.
   B nem F-eloszlású, mert nem független varianciák hányadosa

8. s_b^2=5,99; F=1,569; p>0,10

9. s_k^2=25; F=15,625; p<0,005

10. A minták között különbség van

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
minták közti	78750	9	8750	17,5	$<0{,}005$	2,21
mintán belüli	15000	30	500			
teljes	93750	39	2403,85			

11. A három minta között különbséget találtunk. max F=1,084; p>0,05

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
minták közti	9,395	2	4,6975	4,767	$<0{,}025$	3,23-3,32
mintán belüli	32,517	33	0,9854			
teljes	41,912	35	1,197			

A két betegség és a kontroll között nincs különbség.
A mánia és a kontroll között van különbség.

12. Nincs különbség az átlagteljesítmény szempontjából. B=1,075; p>0,50

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
minták közti	57,605	2	28,802	0,338	$>0{,}10$	3,81
mintán belüli	1109,333	13	85,333			
teljes	1166,938	15				

13. B=4,1; p>0,20
A különböző nyulakon a kullancslárvák mérete között különbség van.

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
minták közti	1807,728	3	602,576	5,2634	$<0{,}005$	2,84-2,92
mintán belüli	3778	33	114,4848			
teljes	5585,728	36	155,159			

14. A feladatot megoldottuk az eredeti adatokon és transzformáció után is.
Eredeti adatok: max F=7,939; 0,01<p <0,05
Tulajdonképpen nem végezhető a varianciaanalízis, csak ha az elején ki lett volna kötve, hogy a szórások 1%-os szinten nem különbözhetnek. Egyébként transzformálni kell. Az eredmények az eredeti adatokon végzett elemzésből származnak.
Így elvégezve a feladatot, különbséget találunk a különböző cukrok hozzáadásakor.

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
minták közti	1077,32	4	269,33	49,368	$<0{,}005$	2,53-2,61
mintán belüli	245,5	45	5,456			
teljes	1322,82	49				

A kontrollt összehasonlítva az összes többivel különbséget találunk.
A szukróz hatékonyabb az összes többinél.

Az adatokat megvizsgálva megállapíthatjuk, hogy a reciprok transzformáció a jó megoldás. max$F$=3,717; p>0,05
A reciprokokkal számolva a megoldás:

típus	Q	f	s^2	F	p	F krit
minták közti	0,0000648	4	0,0000162	53,436	<0,005	2,53-2,61
mintán belüli	0,0000136	45	0,0000003			
teljes	0,0000784	49				

Ennek a feladatnak az SPSS-megoldása a 150-151. oldalon található.

15. A módszerek között különbség van.

típus	Q	f	s^2	F	p	F krit
minták közti	693,5398	3	231,1799	17,048	<0,005	2.99
mintán belüli	339,01219	25	13,5605			
teljes	1032,552	28				

A III. és a IV. módszer között különbség van.
A III. és az összes többi közt különbség van.

16. Találunk különbséget a levelek között. B=1,538; p>0,30

típus	Q	f	s^2	F	p	F krit
minták közti	1,4157	2	0,708	40,963	<0,005	3,23-3,32
mintán belüli	0,6739	39	0,017			
teljes	2,0897	41				

Különbséget találunk a D és N között, a G és N között, és a (D,G)-t az N-nel összehasonlítva.

17.

típus	Q	f	s^2	F	p	F krit
minták közti	279,621	5	55,924	10,356	<0,005	2,37
mintán belüli	324	60	5,4			
teljes	603,621	65	9,286			

18. Van különbség a csoportok között.

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
minták közti	1566,95	3	522,317	14,117	<0,005	3,24
mintán belüli	592	16	37			
teljes	2158,95	19				

D és A,B között van különbség.
D és C között nincs.

19. Elég egyformák a kontrollok. max F=1,422; p>0,05

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
minták közti	27234,2	3	9078,067	2,271	>0,10	3,24
mintán belüli	63953,6	16	3997,1			
teljes	91187,8	19				

20. Bár a „maximális *F*” próba szerint jogos a varianciaanalízis elvégzése, a varianciák közt elég nagy különbséget látunk. Megvizsgálva a varianciák arányát az átlagok négyzetéhez, majd magukhoz az átlagokhoz, ez utóbbi – a 79. oldalon található táblázat utolsó két sorának hányadosa – meglehetősen állandónak tűnt. Ezért választottuk a négyzetgyök-transzformációt, ami helyes választásnak bizonyult. (Lásd ugyanott a második táblázat utolsó sorát.) A transzformáció elvégzése tehát helyes, de nem szükséges.
Transzformáció nélkül: max$F$=3,93; p>0,05

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
minták közti	571,1429	3	190,381	19,152	<0,005	3,01
mintán belüli	238,5714	24	9,940			
teljes	809,7142	27				

Transzformáció után: max$F$=1,25; p>0,05

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
minták közti	16,1475	3	5,3825	16,1511	<0,005	3,01
mintán belüli	7,824	24	0,326			
teljes	23,9715	27	0,8878			

21. Találunk különbséget az öt anyag közt. max$F$=2,1415; p>0,05

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
minták közti	59,8792	4	14,9698	15,069	<0,005	2,53-2,61
mintán belüli	44,704	45	0,99342			
teljes	104,583	49				

22.

a) Van különbség
b) Nincs különbség
c) Nincs különbség
d) Nincs különbség

Mint látjuk, az egyes szerek közt sehol sem sikerült különbséget kimutatni. Hatásosságuk csak úgy igazolható, ha „valamennyit összefogva” szembeállítjuk őket a placébóval.

23. Különbséget találtunk a különböző súlyosztályhoz tartozók között az elfáradás idejében. max$F$=1,17; p>0,05

típus	Q	f	s^2	F	p	F *krit*
minták közti	892,7143	3	297,5714	11,05529	<0,005	3,01
mintán belüli	646	24	26,91667			
teljes	1538,714	27				

V2 fejezet

1. B=2,30 p>0,50
Lineárisan függ a megtanult szavak száma az idő exponenciálisától.

típus	Q	f	s^2	F	p	F *krit*
regressziós	87,3625	1	87,3625	11,918	<0,005	4,32
minták közti	91,8757	3	30,625	3,894	<0,05	3,13
görbületi	4,5132	2	2,2566	0,2869	>0,10	3,52
véletlen	153,9418	21	7,33			
mintán belüli	149,4286	19	7,865			
teljes	241,3043	22	10,968			

2. Igen max$F$=1,14 p>0,05

típus	Q	f	s^2	F	p	F *krit*
regressziós	0,3406	1	0,3406	6,383	<0,025	4,20
minták közti	0,3407	2	0,1704	3,08	<0,10	3,34-3,37
görbületi	0,000115	1	0,000115	0,002	>0,10	4,20-4,23
véletlen	1,494115	28	0,05336			
mintán belüli	1,494	27	0,05532			
teljes	1,8343	29				

3. Igen   max$F$=2,201 p>0,05

típus	Q	f	s^2	F	p	F krit
regressziós	1443,039	1	1443,039	19,646	<0,005	4,30
minták közti	1464,125	3	488,042	6,1203	<0,005	3,10
görbületi	21,086	2	10,543	0,1322	>0,10	3,49
véletlen	1615,92	22	73,4509			
mintán belüli	1594,83	20	79,7416			
teljes	3058,955	23				

4. A gyógyszerdózisok hatás szempontjából különböznek, de a kapcsolat nem lineáris.

típus	Q	f	s^2	F	p	F krit
regressziós	590,916	1	590,916			
minták közti	721,066	4	180,267	41,603	<0,005	3,48
görbületi	130,149	3	43,383	10,012	<0,005	3,71
véletlen						
mintán belüli	43,334	10	4,333			
teljes	764,4	14				

5. A dózisok logaritmusa és a hatás között a kapcsolat lineáris.

típus	Q	f	s^2	F	p	F krit
regressziós	710,5333	1	710,5333	171,4773	<0,005	4,67
minták közti	721,066	4	180,267	41,603	<0,005	3,48
görbületi	10,5327	3	3,5109	0,8102	>0,10	3,71
véletlen	53,8667	13	4,1436			
mintán belüli	43,334	10	4,3334			
teljes	764,4					

V3 fejezet

1.

a)

típus	Q	f	s^2	F	p	F *krit*
minták között	27,1	3	9,033	4,05	<0,05	3,29
blokkok között	74,5	5	14,90	6,68	<0,005	2,90
hiba	33,4	15	2,23			
teljes	135	23	5,87			

b) igen

c) igen, a blokkok közt lényeges különbséget találunk; F=6,68

2. A különböző dózisok hatása nem egyforma.

típus	Q	f	s^2	F	p	F *krit*
dózisok közti	1,637	2	0,819	16,736	<0,005	3,05
blokkok közti	6,443	11	0,586	11,975	<0,005	2,15-2,30
hiba	1,076	22	0,049			
teljes	9,156	35				

3. A klorodin különböző dózisai eltérő hatást értek el a kutyákban.

típus	Q	f	s^2	F	p	F *krit*
dózisok közti	1056,96	4	264,24	39,795	<0,005	3,01
kutyák közti	665,76	4	166,44	25,066	<0,005	3,01
hiba	106,24	16	6,64			
teljes	1828,96	24				

4. A benzedrin emeli az ütésszámot.

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
kezelések közti	195,571	1	195,571	6,718	<0,005	4,67
kutyák közti	14958	13	1150,615	39,527	<0,005	2,53-2,67
hiba	378,429	13	29,1099			
teljes	15532	27				

5.

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
gyógyszer közti	156,364	2	78,182	3,906	>0,05	4,46
személyek közti	7645,811	4	1911,453	95,507	<0,005	3,84
hiba	160,1093	8	20,0137			
teljes	7962,284	14				

a) Nincs
b) Igen

6. Igen, a különböző időkben mért cukorlebontás egyforma.

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
állapotok közti	36,22	5	7,244	0,588	>0,10	2,90
blokkok közti	1121,568	3	373,856	30,359	<0,005	3,29
hiba	184,717	15	12,314			
teljes	1342,505	23				

7. Van különbség a víz hőmérsékletében a különböző mélységekben.

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
mélységek közti	2119,651	9	235,517	2835,021	<0,005	2,24-2,27
napok közti	0,562	3	0,187	2,255	>0,10	2,95-2,98

hiba	2,243	27	0,083			
teljes	2122,456	39				

8.

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
gyógyszerek közti	3,4606	8	0,4390	16,473	<0,005	~2,02
vizsgálók közti	0,4077	2	0,1814	7,763	<0,005	~3,07
interakció	0,5008	16	0,0313	1,280	>0,10	~1,75
mintán belüli	2,8360	108	0,0246			
teljes	7,2419	134				

9. A gyógyszerek között találunk különbséget, a módok között nem.

típus	*Q*	*f*	s^2	*F*	*p*	*F krit*
gyógyszerek közti	8179,6	1	8179,6	24,3280	<0,005	4,08-4,17
módok közti	384,4	1	384,4	1,1433	>0,10	4,08-4,17
interakció	250	1	250	0,7436	>0,10	4,08-4,17
mintán belüli	12104	36	336,222			
teljes	20918	39				

R1 fejezet

1. a) egy minta, nincs kapcsolt rangszám
   b) egy minta, nincs kapcsolt rangszám
   c) egy minta, vannak kapcsolt rangok
   d) két minta, közösen kell rangsorolni
   e) négy minta, közösen kell rangsorolni
   f) két minta, közösen kell rangsorolni
   g) három minta, közösen kell rangsorolni

2. A kezelés hatásos volt. R_{+}=112,5; R_{-}=23,5

3. Nincs különbség a gyerekek közt a szociális fogékonyság szempontjából.
   R_{+}=32; R_{-}=4

4. Nem változott a pulzusszám. R_{+}=72; R_{-}=33

5. Hatásos volt a reklámfilm. R_{+}=131,5; R_{-}=21,5 Egyoldali kérdés. p<0,005

6. Van különbség a tenyészetek között. R_{+}=44; R_{-}=1 p<0,01

7. Valóban az anya helyesli jobban a szigort ilyen esetben. R_{+}=97,5; R_{-}=7,5 p<0,005

8. Nem csökkentette a szorongást a nyugtató. R_{+}=38; R_{-}=17 p>0,10

9. A benzedrin emeli az ütésszámot. R_{+}=89; R_{-}=16 p<0,025

10. A tápanyagok különbözősége a növekedést nem befolyásolja. R_1=140,5; R_2=49,5
    p>0,10

11. Különbséget találunk a különböző helyeken a gyógyulások között. p=0,0146872
    $R_{kórház}$=8581; R_{amb}=1222

12. Nem találunk különbséget. R_{o}=194; R_{m}=271 p>0,10

13. Nem ugyanannyit jegyeznek meg. H=10,306 p<0,05

14. Nem találunk különbséget a dózisok hatása közt. H=5,135 p>0,05

15. Találunk különbséget a négy hajszín csoport között. H=10,579 p<0,05

16. Van különbség a minták között. H=7,04 p<0,05

17. Van különbség a különböző cukrok hozzáadásakor. H=38,11 p<0,001

18. A négy módszer között különbséget találunk. H=18,277 p<0,001

19. Találunk különbséget a levélfajták között. H=23,91 p<0,001

20. A különböző sportágak sportolói között különbséget találunk. H=12,805 p<0,01

21. Van különbség a kullancslárvák mérete között. $H=11,461$ $p<0,01$

22. Van különbség a tesztek között. $H=16,91$ $p<0,001$

23. Különbséget találunk az öt anyag közt. $H=27,317$ $p<0,001$

24. A két teszt nem különbözik. $R_1=62$; $R_2=29$

25. Az otthon és a kisebbségi családban élők populációs értéke különbözik.
$R_-=51$; $R_+=414$

26. A pszichológus állítása elfogadható. A kérdés egyoldali. $R_1=150,5$; $R_2=59,5$

27. Nem következik az adatokból. $R_1=21$; $R_2=34$
A csoportok egyformaságáról nem győződtünk meg, bár véletlenszerűen sorsoltuk, de akkor is kellett volna ellenőrizni. Így csinálni kellett volna még egy kísérletet másik szöveggel, amikor fordítva kapják a betűtípusokat.

28. Nem mondhatjuk, hogy az elsőszülött agresszívabb, mint a másik. $R_+=41,5$; $R_-=24,5$

29. Nem tudjuk megállapítani, hogy valamelyik gyógyszer jobb a másiknál.
$R_+=25,5$; $R_-=19,5$

30. A csoportok egyformák. $H=1,331$ $p>0,70$

31. Különbséget találunk a lelkipásztorok között abból a szempontból, hogy mennyit tudnak a mentális betegségek okáról. $H=8,41$; $H_E=8,47$

32. Igen elegendő bizonyítékot szolgáltatnak ezek az adatok a listák különbözőségére a rájuk adott asszociációk szempontjából. $H=7,154$

33. Igen. $H=15,330$

34. Nem. $H=3,255$

35. A különböző dózisok hatása különbözik. $G=15,17$

36. Igen. $G=16,16$

37. Egyformák a cukorlebontások a különböző időkben. $G=4,393$

38. Különbség van a vízhőmérsékletekben. $G=20,95$

39. A kezelések közt nincs különbség. $G=3,5$

40. Igen. $G=39,413$

41. Igen. $G=26,95$

R2 fejezet

1. r_S=–0,26; τ=–0,2; (F=9)

2. r_S=0,5799;

3. r_S=0,6970; τ=0,5111; (F=11)

4. Igen; egyoldali kérdés; r_S=0,9762; p<0,005
   τ=0,9286; p<0,005 (F=1)

5. Igen; egyoldali kérdés; r_S=0,95; p<0,005
   τ=0,848; p=0,00000541 (F=8)

6. r_S=–0,9286; p<0,01
   τ=–0,8095; p<0,002 (F=19)

7. Igen; egyoldali kérdés; r_S=0,8810; p<0,01
   τ=0,7143; p<0,01 (F=4)

8. Nem; r_S=0,4788; p>0,10

9. Igen; egyoldali kérdés; r_S=0,8816; p<0,005
   A korrelációból nem következik, hogy egyforma súlyosnak tartják-e az eseteket. Erre a kérdésre egymintás t-próbával vagy Wilcoxon-próbával lehet választ kapni.

R3 fejezet

1. Nem; W=0,1619; p>0,70

2. Igen; W=0,571; p<0,05

3. Igen; W=0,651; p<0,05

4. Igen; W=0,5779; p<0,001
   A 6-os sorszámú anya a „legjobb” a bírálók szerint, a második helyen a kettes áll.

5. a) W=0
   b) Nincs egyetértés.

Az L2/32. feladat SPSS-eredményei

Frequencies

Statistics

adatok

N	Valid	14
	Missing	0
Mean		1,1414
Std. Error of Mean		,00919
Median		1,1300
Std. Deviation		,03439
Variance		,001
Range		,10
Minimum		1,10
Maximum		1,20

adatok

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1,10	2	14,3	14,3	14,3
	1,11	1	7,1	7,1	21,4
	1,12	3	21,4	21,4	42,9
	1,13	2	14,3	14,3	57,1
	1,14	1	7,1	7,1	64,3
	1,16	1	7,1	7,1	71,4
	1,17	1	7,1	7,1	78,6
	1,19	2	14,3	14,3	92,9
	1,20	1	7,1	7,1	100,0
	Total	14	100,0	100,0	

Descriptives

Descriptive Statistics

	N	Range	Minimum	Maximum	Sum	Mean	
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error
adatok	14	,10	1,10	1,20	15,98	1,1414	,00919
Valid N (listwise)	14						

Descriptive Statistics

	Std. Deviation	Variance
	Statistic	Statistic
adatok	,03439	,001
Valid N (listwise)		

Az L3/17. feladat SPSS-eredményei

Correlations

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
x_adatok	5,4333	,52599	15
y_adatok	,2460	,05717	15

Correlations

		x_adatok	y_adatok
x_adatok	Pearson Correlation	1	,893**
	Sig. (2-tailed)		,000
	N	15	15
y_adatok	Pearson Correlation	,893**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	
	N	15	15

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Regression

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
y_adatok	,2460	,05717	15
x_adatok	5,4333	,52599	15

Correlations

		y_adatok	x_adatok
Pearson Correlation	y_adatok	1,000	,893
	x_adatok	,893	1,000
Sig. (1-tailed)	y_adatok	.	,000
	x_adatok	,000	.
N	y_adatok	15	15
	x_adatok	15	15

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-,281	,074		-3,803	,002
	x_adatok	,097	,014	,893	7,158	,000

Coefficients[a]

Model		95,0% Confidence Interval for B	
		Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	-,441	-,122
	x_adatok	,068	,126

a. Dependent Variable: y_adatok

Variable Processing Summary

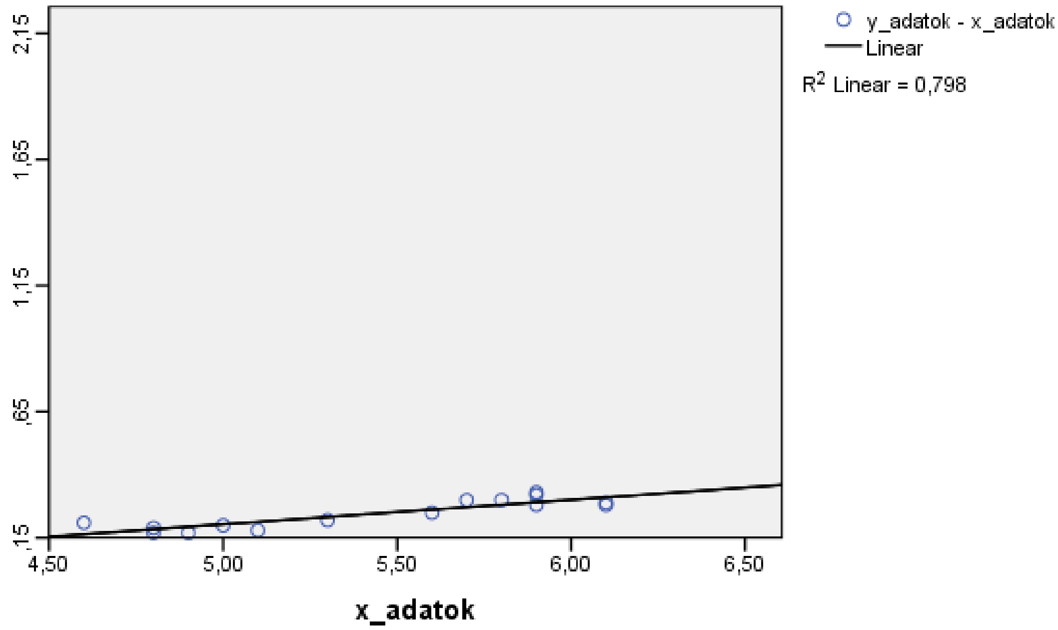
		Variables	
		Dependent	Independent
		y_adatok	x_adatok
Number of Positive Values		15	15
Number of Zeros		0	0
Number of Negative Values		0	0
Number of Missing Values	User-Missing	0	0
	System-Missing	0	0

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable: y_adatok

Equation	Model Summary					Parameter Estimates	
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1
Linear	,798	51,241	1	13	,000	-,281	,097

The independent variable is x_adatok.



Az S3/52. feladathoz tartozó megoldások SPSS-sel

Descriptives kontroll

Descriptive Statistics

	N	Range	Minimum	Maximum	Mean	
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error
beadás	9	1,1	36,1	37,2	36,578	,1352
óra3	9	1,2	36,0	37,2	36,433	,1258
óra4	9	,9	36,1	37,0	36,644	,0973
Valid N (listwise)	9					

Descriptive Statistics

	Std. Deviation	Variance
	Statistic	Statistic
beadás	,4055	,164
óra3	,3775	,143
óra4	,2920	,085
Valid N (listwise)		

Descriptives kísérleti

Descriptive Statistics

	N	Range	Minimum	Maximum	Mean	
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error
beadás	9	1,0	36,1	37,1	36,511	,1086
óra3	9	3,4	30,9	34,3	32,778	,4085
óra4	9	4,5	29,5	34,0	31,856	,4236
Valid N (listwise)	9					

Descriptive Statistics

	Std. Deviation	Variance
	Statistic	Statistic
beadás	,3257	,106
óra3	1,2255	1,502
óra4	1,2709	1,615
Valid N (listwise)		

T-Test kontroll

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
beadás	9	36,578	,4055	,1352
óra3	9	36,433	,3775	,1258
óra4	9	36,644	,2920	,0973

One-Sample Test

	Test Value = 0		
	Mean	95% Confidence Interval	
		Lower	Upper
beadás	36,5778	36,266	36,889
óra3	36,4333	36,143	36,723
óra4	36,6444	36,420	36,869

T-Test kísérleti

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
beadás	9	36,511	,3257	,1086
óra3	9	32,778	1,2255	,4085
óra4	9	31,856	1,2709	,4236

One-Sample Test

	Test Value = 0		
	Mean	95% Confidence Interval	
		Lower	Upper
beadás	36,5111	36,261	36,762
óra3	32,7778	31,836	33,720
óra4	31,8556	30,879	32,832

T-Test kontroll

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	beadás	36,578	9	,4055	,1352
	óra3	36,433	9	,3775	,1258
Pair 2	beadás	36,578	9	,4055	,1352
	óra4	36,644	9	,2920	,0973
Pair 3	óra3	36,433	9	,3775	,1258
	óra4	36,644	9	,2920	,0973

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	beadás & óra3	9	,479	,192
Pair 2	beadás & óra4	9	,094	,810
Pair 3	óra3 & óra4	9	,484	,187

Paired Samples Test

		Paired Differences				
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Pair 1	beadás - óra3	,1444	,4003	,1334	-,1633	,4522
Pair 2	beadás - óra4	-,0667	,4770	,1590	-,4333	,3000
Pair 3	óra3 - óra4	-,2111	,3480	,1160	-,4786	,0564

Paired Samples Test

		t	df	Sig. (2-tailed)
Pair 1	beadás - óra3	1,082	8	,311
Pair 2	beadás - óra4	-,419	8	,686
Pair 3	óra3 - óra4	-1,820	8	,106

T-Test kísérleti

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	beadás	36,511	9	,3257	,1086
	óra3	32,778	9	1,2255	,4085
Pair 2	beadás	36,511	9	,3257	,1086
	óra4	31,856	9	1,2709	,4236
Pair 3	óra3	32,778	9	1,2255	,4085
	óra4	31,856	9	1,2709	,4236

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	beadás & óra3	9	,135	,728
Pair 2	beadás & óra4	9	,161	,678
Pair 3	óra3 & óra4	9	,836	,005

Paired Samples Test

		Paired Differences				
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Pair 1	beadás - óra3	3,7333	1,2247	,4082	2,7919	4,6748
Pair 2	beadás - óra4	4,6556	1,2601	,4200	3,6870	5,6241
Pair 3	óra3 - óra4	,9222	,7155	,2385	,3722	1,4722

Paired Samples Test

		t	df	Sig. (2-tailed)
Pair 1	beadás - óra3	9,145	8	,000
Pair 2	beadás - óra4	11,084	8	,000
Pair 3	óra3 - óra4	3,867	8	,005

T-Test

Group Statistics

	csoport	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
beadás	kontroll	9	36,578	,4055	,1352
	kísérleti	9	36,511	,3257	,1086
óra3	kontroll	9	36,433	,3775	,1258
	kísérleti	9	32,778	1,2255	,4085
óra4	kontroll	9	36,644	,2920	,0973
	kísérleti	9	31,856	1,2709	,4236

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means	
		F	Sig.	t	df
beadás	Equal variances assumed	,517	,482	,385	16
	Equal variances not assumed			,385	15,289
óra3	Equal variances assumed	9,035	,008	8,552	16
	Equal variances not assumed			8,552	9,504
óra4	Equal variances assumed	9,399	,007	11,017	16
	Equal variances not assumed			11,017	8,842

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means		
		Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference
beadás	Equal variances assumed	,706	,0667	,1734
	Equal variances not assumed	,706	,0667	,1734
óra3	Equal variances assumed	,000	3,6556	,4275
	Equal variances not assumed	,000	3,6556	,4275
óra4	Equal variances assumed	,000	4,7889	,4347
	Equal variances not assumed	,000	4,7889	,4347

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means	
		95% Confidence Interval of the Difference	
		Lower	Upper
beadás	Equal variances assumed	-,3009	,4342
	Equal variances not assumed	-,3023	,4356
óra3	Equal variances assumed	2,7494	4,5617
	Equal variances not assumed	2,6964	4,6148
óra4	Equal variances assumed	3,8674	5,7104
	Equal variances not assumed	3,8029	5,7749

Correlations kísérleti

Correlations

		beadás	óra3	óra4
beadás	Pearson Correlation	1	,135	,161
	Sig. (2-tailed)		,728	,678
	N	9	9	9
óra3	Pearson Correlation	,135	1	,836**
	Sig. (2-tailed)	,728		,005
	N	9	9	9
óra4	Pearson Correlation	,161	,836**	1
	Sig. (2-tailed)	,678	,005	
	N	9	9	9

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Correlations kontroll

Correlations

		beadás	óra3	óra4
beadás	Pearson Correlation	1	,479	,094
	Sig. (2-tailed)		,192	,810
	N	9	9	9
óra3	Pearson Correlation	,479	1	,484
	Sig. (2-tailed)	,192		,187
	N	9	9	9
óra4	Pearson Correlation	,094	,484	1
	Sig. (2-tailed)	,810	,187	
	N	9	9	9

NPar Tests kísérleti

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		beadás	óra3	óra4
N		9	9	9
Normal Parameters[a,b]	Mean	36,511	32,778	31,856
	Std. Deviation	,3257	1,2255	1,2709
Most Extreme Differences	Absolute	,297	,165	,221
	Positive	,297	,165	,195
	Negative	-,163	-,153	-,221
Kolmogorov-Smirnov Z		,891	,495	,664
Asymp. Sig. (2-tailed)		,405	,967	,770

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

NPar Tests kontroll

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		beadás	óra3	óra4
N		9	9	9
Normal Parameters[a,b]	Mean	36,578	36,433	36,644
	Std. Deviation	,4055	,3775	,2920
Most Extreme Differences	Absolute	,198	,313	,217
	Positive	,198	,313	,112
	Negative	-,123	-,157	-,217
Kolmogorov-Smirnov Z		,593	,939	,652
Asymp. Sig. (2-tailed)		,873	,341	,789

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

A D4/11. feladat SPSS-eredményei

Crosstabs

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
jöv * elégedett	60	100,0%	0	0,0%	60	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	3,750[a]	1	,053		
Continuity Correction[b]	2,709	1	,100		
Likelihood Ratio	3,669	1	,055		
Fisher's Exact Test				,081	,051
Linear-by-Linear Association	3,688	1	,055		
N of Valid Cases	60				

a. 0 cells (0,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 6,67.

b. Computed only for a 2x2 table

Symmetric Measures

		Value	Approx. Sig.
Nominal by Nominal	Contingency Coefficient	,243	,053
N of Valid Cases		60	

a. Not assuming the null hypothesis.

b. Using the asymptotic standard error assuming the null hypothesis.

A V1/1. feladat SPSS-megoldása

Descriptives

megjegyzett

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean	
					Lower Bo und	Upper Bound
A	8	5,38	2,326	,822	3,43	7,32
B	5	8,40	1,673	,748	6,32	10,48
C	7	6,14	1,952	,738	4,34	7,95
D	6	3,67	1,751	,715	1,83	5,50
Total	26	5,77	2,455	,481	4,78	6,76

Descriptives

megjegyzett

	Minimum	Maximum
A	2	9
B	7	11
C	4	9
D	1	6
Total	1	11

ANOVA

megjegyzett

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	63,350	3	21,117	5,324	,007
Within Groups	87,265	22	3,967		
Total	150,615	25			

Multiple Comparisons

Dependent Variable:megjegyzett

	(I) körülmény	(J) körülmény	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.
Scheffe	A	B	-3,025	1,135	,098
		C	-,768	1,031	,905
		D	1,708	1,076	,486
	B	A	3,025	1,135	,098
		C	2,257	1,166	,316
		D	4,733*	1,206	,008
	C	A	,768	1,031	,905
		B	-2,257	1,166	,316
		D	2,476	1,108	,204
	D	A	-1,708	1,076	,486
		B	-4,733*	1,206	,008
		C	-2,476	1,108	,204
Dunnett t (2-sided)[a]	A	D	1,708	1,076	,283
	B	D	4,733*	1,206	,002
	C	D	2,476	1,108	,089

Multiple Comparisons

Dependent Variable:megjegyzett

			95% Confidence Interval	
	(I) körülmény	(J) körülmény	Lower Bound	Upper Bound
Scheffe	A	B	-6,46	,41
		C	-3,89	2,35
		D	-1,54	4,96
	B	A	-,41	6,46
		C	-1,27	5,78
		D	1,09	8,38
	C	A	-2,35	3,89
		B	-5,78	1,27
		D	-,88	5,83
	D	A	-4,96	1,54
		B	-8,38	-1,09
		C	-5,83	,88
Dunnett t (2-sided)[a]	A	D	-1,00	4,42
	B	D	1,70	7,77
	C	D	-,31	5,27

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

a. Dunnett t-tests treat one group as a control, and compare all other groups against it.

Homogeneous Subsets

megjegyzett

	körülmény	N	Subset for alpha = 0.05		
			1	2	3
Duncan[a,b]	D	6	3,67		
	A	8	5,38	5,38	
	C	7		6,14	6,14
	B	5			8,40
	Sig.		,142	,501	,057
Scheffe[a,b]	D	6	3,67		
	A	8	5,38	5,38	
	C	7	6,14	6,14	
	B	5		8,40	
	Sig.		,212	,093	

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 6,304.

b. The group sizes are unequal. The harmonic mean of the group sizes is used. Type I error levels are not guaranteed.

A V1/14. feladat SPSS-eredménye

Oneway

Test of Homogeneity of Variances

növek

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
5,910	4	45	,001

ANOVA

növek

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	1077,320	4	269,330	49,368	,000
Within Groups	245,500	45	5,456		
Total	1322,820	49			

Reciprok transzformáció után az eredmények

Oneway

Test of Homogeneity of Variances

rec

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
2,438	4	45	,061

ANOVA

rec

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	,000	4	,000	53,436	,000
Within Groups	,000	45	,000		
Total	,000	49			

Ezekkel az eredményekkel aligha tudunk mit kezdeni.

Itt látszik igazán, hogy miért hasznos az adatokon lineáris transzformációt végezni – még számítógép használata esetén is. A következő eredményeket úgy kaptuk, hogy reciprok transzformáció után minden adatot megszoroztunk százzal.

Oneway

Test of Homogeneity of Variances

rec100

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
2,438	4	45	,061

ANOVA

rec100

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	,648	4	,162	53,436	,000
Within Groups	,136	45	,003		
Total	,784	49			

STATISZTIKAI TÁBLÁZATOK

A statisztikai próbák „végeredményének” számító *p* értékeket a számítógépek elterjedéséig (és sok helyen még azután is) *táblázatokból* olvasták ki. A statisztikai táblázatokat csaknem valamennyi statisztikai kézikönyv tartalmazta, és szép számban jelentek meg speciális táblázatgyűjtemények is.

A pszichológushallgatók statisztikai tantárgyaiban tanult módszerek elvégzéséhez – és így az ebben a kötetben szereplő feladatok megoldásához – szükséges táblázatokat nagyrészt ilyen kötetekből gyűjtöttük össze, néha több táblázat kombinációját és további számításokat is felhasználva. Szükségesnek látszott azonban az eredeti forrás megjelölése is, különösen ott, ahol a megjelent táblázatoknak nagyobb, összefüggő részeit is felhasználtuk, és néha még elrendezésüket is követtük.

A táblázatok legfőbb forrásai a következő kötetek voltak:

Fisher – Yates: *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research*
Oliver and Boyd Ltd., Edinburgh. Hatodik kiadás: 1963. (I., II. és V. táblázat)

Owen: *Handbook of Statistical Tables*
Addison–Wesley, Reading, Mass., 1962. (IV., VIII. és IX. táblázat)

Wissenschaftliche Tabellen a Geigy A.G. gyógyszergyár kiadásában
6. kiadás: 1962. (VI., VII. és VIII. táblázat)

I: A normális eloszlás táblázata

z → ↓		0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,	5000	4960	4920	4880	4840	4801	4761	4721	4681	4641
0,1	0,	4602	4562	4522	4483	4443	4404	4364	4325$_+$	4286	4247
0,2	0,	4207	4168	4129	4090	4052	4013	3974	3936	3897	3859
0,3	0,	3821	3783	3745$_-$	3707	3669	3632	3594	3557	3520	3483
0,4	0,	3446	3409	3372	3336	3300	3264	3228	3192	3156	3121
0,5	0,	3085$_+$	3050	3015$_+$	2981	2946	2912	2877	2843	2810	2776
0,6	0,	2743	2709	2676	2643	2611	2578	2546	2514	2483	2451
0,7	0,	2420	2389	2358	2327	2296	2266	2236	2206	2177	2148
0,8	0,	2119	2090	2061	2033	2005$_-$	1977	1949	1922	1894	1867
0,9	0,	1841	1814	1788	1762	1736	1711	1685$_+$	1660	1635$_+$	1611
1,0	0,	1587	1562	1539	1515$_+$	1492	1469	1446	1423	1401	1379
1,1	0,	1357	1335	1314	1292	1271	1251	1230	1210	1190	1170
1,2	0,	1151	1131	1112	1093	1075$_-$	1056	1038	1020	1003	**9853**
1,3	0,0	9680	9510	9342	9176	9012	8851	8691	8534	8379	8226
1,4	0,0	8076	7927	7780	7636	7493	7353	7215	7078	6944	6811
1,5	0,0	6681	6552	6426	6301	6178	6057	5938	5821	5705$_+$	5592
1,6	0,0	5480	5370	5262	5155$_+$	5050	4947	4846	4746	4648	4551
1,7	0,0	4457	4363	4272	4182	4093	4006	3920	3836	3754	3673
1,8	0,0	3593	3515$_-$	3438	3362	3288	3216	3144	3074	3005$_+$	2938
1,9	0,0	2872	2807	2743	2680	2619	2559	2500	2442	2385$_+$	2330
2,0	0,0	2275	2222	2169	2118	2068	2018	1970	1923	1876	1831
2,1	0,0	1786	1743	1700	1659	1618	1578	1539	1500	1463	1426
2,2	0,0	1390	1355$_+$	1321	1287	1255	1222	1191	1160	1130	1101
2,3	0,0	1072	1044	1017	**9903**	**9642**	**9387**	**9137**	**8894**	**8656**	**8424**
2,4	0,00	8198	7976	7760	7549	7344	7143	6947	6756	6569	6387
2,5	0,00	6210	6037	5868	5703	5543	5386	5234	5085$_-$	4940	4799
2,6	0,00	4661	4527	4396	4269	4145$_+$	4025$_-$	3907	3793	3681	3573
2,7	0,00	3467	3364	3264	3167	3072	2980	2890	2803	2718	2635$_+$
2,8	0,00	2555$_+$	2477	2401	2327	2256	2186	2118	2052	1988	1926
2,9	0,00	1866	1807	1750	1695$_-$	1641	1589	1538	1489	1441	1395$_-$
3,0	0,00	1350	1306	1264	1223	1183	1144	1107	1070	1035	1001
3,1	0,000	9676	9354	9043	8740	8447	8164	7888	7622	7364	7114
3,2	0,000	6871	6637	6410	6190	5976	5770	5571	5377	5190	5009
3,3	0,000	4834	4665$_-$	4501	4342	4189	4041	3897	3758	3624	3495$_-$
3,4	0,000	3369	3248	3131	3018	2909	2803	2701	2602	2507	2415$_+$

z → ↓		0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
3,0	0,000		968	687	483	337	233	159	108	**723**	**481**
4,0	0,000 0	317	207	133	**854**	**541**	**340**	**211**	**130**	**079**	**048**
5,0	0,000 000	287	170	**996**	**579**	**333**	**190**	**107**	**060**	**033**	**018**

A vastag betűs számok azt jelentik, hogy az értékes jegyek előtt *eggyel több nulla* áll, mint a sor elején olvasható. (Ez legtöbbször annyi, mint amennyi a következő sorban áll – kivéve az utolsó két sort.)

II: A χ^2-eloszlás táblázata

	Valószínűségek								
f	0,99	0,95	0,90	0,50	0,20	0,10	0,05	0,01	0,001
1	0,000157	0,00393	0,0158	0,455	1,642	2,706	3,841	6,635	10,827
2	0,0201	0,103	0,211	1,386	3,219	4,605	5,991	9,210	13,815
3	0,115	0,352	0,584	2,366	4,642	6,251	7,815	11,345	16,266
4	0,297	0,711	1,064	3,357	5,989	7,779	9,488	13,277	18,467
5	0,554	1,145	1,610	4,351	7,289	9,236	11,070	15,086	20,515
6	0,872	1,635	2,204	5,348	8,558	10,645	12,592	16,812	22,457
7	1,239	2,167	2,833	6,346	9,803	12,017	14,067	18,475	24,322
8	1,646	2,733	3,490	7,344	11,030	13,362	15,507	20,090	26,125
9	2,088	3,325	4,168	8,343	12,242	14,684	16,919	21,666	27,877
10	2,558	3,940	4,865	9,342	13,442	15,987	18,307	23,209	29,588
11	3,053	4,575	5,578	10,341	14,631	17,275	19,675	24,725	31,264
12	3,571	5,226	6,304	11,340	15,812	18,549	21,026	26,217	32,909
13	4,107	5,892	7,042	12,340	16,985	19,812	22,362	27,688	34,528
14	4,660	6,571	7,790	13,339	18,151	21,064	23,685	29,141	36,123
15	5,229	7,261	8,547	14,339	19,311	22,307	24,996	30,578	37,697
16	5,812	7,962	9,312	15,338	20,465	23,542	26,296	32,000	39,252
17	6,408	8,672	10,085	16,338	21,615	24,769	27,587	33,409	40,790
18	7,015	9,390	10,865	17,338	22,760	25,989	28,869	34,805	42,312
19	7,633	10,117	11,651	18,338	23,900	27,204	30,144	36,191	43,820
20	8,260	10,851	12,443	19,337	25,038	28,412	31,410	37,566	45,315
21	8,897	11,591	13,240	20,337	26,171	29,615	32,671	38,932	46,797
22	9,542	12,338	14,041	21,337	27,301	30,813	33,924	40,289	48,268
23	10,196	13,091	14,848	22,337	28,429	32,007	35,172	41,638	49,728
24	10,856	13,848	15,659	23,337	29,553	33,196	36,415	42,980	51,179
25	11,524	14,611	16,473	24,337	30,675	34,382	37,652	44,314	52,620
26	12,198	15,369	17,292	25,336	31,795	35,563	38,885	45,642	54,052
27	12,879	16,151	18,114	26,336	32,912	36,741	40,113	46,963	55,476
28	13,565	16,928	18,939	27,336	34,027	37,916	41,337	48,278	56,893
29	14,256	17,708	19,768	28,336	35,139	39,087	42,557	49,588	58,302
30	14,953	18,493	20,599	29,336	36,250	40,256	43,773	50,892	59,703
32	16,362	20,072	22,271	31,336	38,466	42,585	46,194	53,486	62,487
34	17,789	21,664	23,952	33,336	40,676	44,903	48,602	56,061	65,247
36	19,233	23,269	25,643	35,336	42,879	47,212	50,999	58,619	67,985
38	20,691	24,884	27,343	37,335	45,076	49,513	53,384	61,162	70,703
40	22,164	26,509	29,051	39,335	47,269	51,805	55,759	63,691	73,402
42	23,650	28,144	30,765	41,335	49,456	54,090	58,124	66,206	76,084
44	25,148	29,787	32,487	43,335	51,639	56,369	60,481	68,710	78,750
46	26,657	31,439	34,215	45,335	53,818	58,641	62,830	71,201	81,400
48	28,177	33,098	35,949	47,335	55,993	60,907	65,171	73,683	84,037
50	29,707	34,764	37,689	49,335	58,164	63,167	67,505	76,154	86,661
52	31,246	36,437	39,433	51,335	60,332	65,422	69,832	78,616	89,272
54	32,793	38,116	41,183	53,335	62,496	67,673	72,153	81,069	91,872
56	34,350	39,801	42,937	55,335	64,658	69,919	74,468	83,513	94,461
58	35,913	41,492	44,696	57,335	66,816	72,160	76,778	85,950	97,039
60	37,485	43,188	46,459	59,335	68,972	74,397	79,082	88,379	99,607

III: Az *F*-eloszlás táblázata

A nevező szabadságfoka	Valószínűség	A számláló szabadságfoka 1	2	3	4	5	6	7	8
1	10 %	39,9	49,5	53,6	55,8	57,2	58,2	58,9	59,4
	5 %	161	200	216	225	230	234	237	239
	2,5 %	648	800	864	900	922	937	948	957
	1 %	4050	5000	5400	5620	5760	5860	5930	5980
	0,5 %	16200	20000	21600	22500	23100	23400	23700	23900
2	10 %	8,53	9,00	9,16	9,24	9,29	9,33	9,35	9,37
	5 %	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4
	2,5 %	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4
	1 %	98,5	99,0	99,2	99,2	99,3	99,3	99,4	99,4
	0,5 %	199	199	199	199	199	199	199	199
3	10 %	5,54	5,46	5,39	5,34	5,31	5,28	5,27	5,25
	5 %	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85
	2,5 %	17,4	16,0	15,4	15,1	14,9	14,7	14,6	14,5
	1 %	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5
	0,5 %	55,6	49,8	47,5	46,2	45,4	44,8	44,4	44,1
4	10 %	4,54	4,32	4,19	4,11	4,05	4,01	3,98	3,95
	5 %	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04
	2,5 %	12,2	10,6	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98
	1 %	21,2	18,0	16,7	16,0	15,5	15,2	15,0	14,8
	0,5 %	31,3	26,3	24,3	23,2	22,5	22,0	21,6	21,4
5	10 %	4,06	3,78	3,62	3,52	3,45	3,40	3,37	3,34
	5 %	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82
	2,5 %	10,0	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76
	1 %	16,3	13,3	12,1	11,4	11,0	10,7	10,5	10,3
	0,5 %	22,8	18,3	16,5	15,6	14,9	14,5	14,2	14,0
6	10 %	3,78	3,46	3,29	3,18	3,11	3,05	3,01	2,98
	5 %	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15
	2,5 %	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60
	1 %	13,7	10,9	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10
	0,5 %	18,6	14,5	12,9	12,0	11,5	11,1	10,8	10,6
7	10 %	3,59	3,26	3,07	2,96	2,88	2,83	2,78	2,75
	5 %	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73
	2,5 %	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90
	1 %	12,2	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84
	0,5 %	16,2	12,4	10,9	10,1	9,52	9,16	8,89	8,68
8	10 %	3,46	3,11	2,92	2,81	2,73	2,67	2,62	2,59
	5 %	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44
	2,5 %	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43
	1 %	11,3	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03
	0,5 %	14,7	11,0	9,60	8,81	8,30	7,95	7,69	7,50

III. Az *F*-eloszlás táblázata (folytatás)

A nevező szabadságfoka	Valószínűség	A számláló szabadságfoka 9	10	15	20	30	60	120	∞
1	10 %	59,9	60,2	61,2	61,7	62,3	62,8	63,1	63,3
	5 %	241	242	246	248	250	252	253	254
	2,5 %	963	969	985	993	1000	1010	1010	1020
	1 %	6020	6060	6160	6210	6260	6310	6340	6370
	0,5 %	24100	24200	24600	24800	25000	25300	25400	25500
2	10 %	9,38	9,39	9,42	9,44	9,46	9,47	9,48	9,49
	5 %	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5
	2,5 %	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5	39,5	39,5
	1 %	99,4	99,4	99,4	99,4	99,5	99,5	99,5	99,5
	0,5 %	199	199	199	199	199	199	199	200
3	10 %	5,24	5,23	5,20	5,18	5,17	5,15	5,14	5,13
	5 %	8,81	8,79	8,70	8,66	8,62	8,57	8,55	8,53
	2,5 %	14,5	14,4	14,3	14,2	14,1	14,0	13,9	13,9
	1 %	27,3	27,2	26,9	26,7	26,5	26,3	26,2	26,1
	0,5 %	43,9	43,7	43,1	42,8	42,5	42,1	42,0	41,8
4	10 %	3,94	3,92	3,87	3,84	3,82	3,79	3,78	3,76
	5 %	6,00	5,96	5,86	5,80	5,75	5,69	5,66	5,63
	2,5 %	8,90	8,84	8,66	8,56	8,46	8,36	8,31	8,26
	1 %	14,7	14,5	14,2	14,0	13,8	13,7	13,6	13,5
	0,5 %	21,1	21,0	20,4	20,2	19,9	19,6	19,5	19,3
5	10 %	3,32	3,30	3,24	3,21	3,17	3,14	3,12	3,10
	5 %	4,77	4,74	4,62	4,56	4,50	4,43	4,40	4,36
	2,5 %	6,68	6,62	6,43	6,33	6,23	6,12	6,07	6,02
	1 %	10,2	10,1	9,72	9,55	9,38	9,20	9,11	9,02
	0,5 %	13,8	13,6	13,1	12,9	12,7	12,4	12,3	12,1
6	10 %	2,96	2,94	2,87	2,84	2,80	2,76	2,74	2,72
	5 %	4,10	4,06	3,94	3,87	3,81	3,74	3,70	3,67
	2,5 %	5,52	5,46	5,27	5,17	5,07	4,96	4,90	4,85
	1 %	7,98	7,87	7,56	7,40	7,23	7,06	6,97	6,88
	0,5 %	10,4	10,2	9,81	9,59	9,36	9,12	9,00	8,88
7	10 %	2,72	2,70	2,63	2,59	2,56	2,51	2,49	2,47
	5 %	3,68	3,64	3,51	3,44	3,38	3,30	3,27	3,23
	2,5 %	4,82	4,76	4,57	4,47	4,36	4,25	4,20	4,14
	1 %	6,72	6,62	6,31	6,16	5,99	5,82	5,74	5,65
	0,5 %	8,51	8,38	7,97	7,75	7,53	7,31	7,19	7,08
8	10 %	2,56	2,54	2,46	2,42	2,38	2,34	2,32	2,29
	5 %	3,39	3,35	3,22	3,15	3,08	3,01	2,97	2,93
	2,5 %	4,36	4,30	4,10	4,00	3,89	3,78	3,73	3,67
	1 %	5,91	5,81	5,52	5,36	5,20	5,03	4,95	4,86
	0,5 %	7,34	7,21	6,81	6,61	6,40	6,18	6,06	5,95

III. Az *F*-eloszlás táblázata (folytatás)

A nevező szabadságfoka	Valószínűség	A számláló szabadságfoka 1	2	3	4	5	6	7	8
9	10 %	3,36	3,01	2,81	2,69	2,61	2,55	2,51	2,47
	5 %	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23
	2,5 %	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10
	1 %	10,6	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47
	0,5 %	13,6	10,1	8,72	7,96	7,47	7,13	6,88	6,69
10	10 %	3,29	2,92	2,73	2,61	2,52	2,46	2,41	2,38
	5 %	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07
	2,5 %	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85
	1 %	10,0	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06
	0,5 %	12,8	9,43	8,08	7,34	6,87	6,54	6,30	6,12
11	10 %	3,23	2,86	2,66	2,54	2,45	2,39	2,34	2,30
	5 %	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95
	2,5 %	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,76	3,66
	1 %	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74
	0,5 %	12,2	8,91	7,60	6,88	6,42	6,10	5,86	5,68
12	10 %	3,18	2,81	2,61	2,48	2,39	2,33	2,28	2,24
	5 %	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85
	2,5 %	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,51
	1 %	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50
	0,5 %	11,8	8,51	7,23	6,52	6,07	5,76	5,52	5,35
13	10 %	3,14	2,76	2,56	2,43	2,35	2,28	2,23	2,20
	5 %	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77
	2,5 %	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,48	3,39
	1 %	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30
	0,5 %	11,4	8,19	6,93	6,23	5,79	5,48	5,25	5,08
14	10 %	3,10	2,73	2,52	2,39	2,31	2,24	2,19	2,15
	5 %	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70
	2,5 %	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,38	3,29
	1 %	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14
	0,5 %	11,1	7,92	6,68	6,00	5,56	5,26	5,03	4,86
15	10 %	3,07	2,70	2,49	2,36	2,27	2,21	2,16	2,12
	5 %	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64
	2,5 %	6,20	4,77	4,15	3,80	3,58	3,41	3,29	3,20
	1 %	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00
	0,5 %	10,8	7,70	6,48	5,80	5,37	5,07	4,85	4,67
16	10 %	3,05	2,67	2,46	2,33	2,24	2,18	2,13	2,09
	5 %	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59
	2,5 %	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,22	3,12
	1 %	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89
	0,5 %	10,6	7,51	6,30	5,64	5,21	4,91	4,69	4,52

III. Az *F*-eloszlás táblázata (folytatás)

A nevező szabadságfoka	Valószínűség	A számláló szabadságfoka: 9	10	15	20	30	60	120	∞
9	10 %	2,44	2,42	2,34	2,30	2,25	2,21	2,18	2,16
	5 %	3,18	3,14	3,01	2,94	2,86	2,79	2,75	2,71
	2,5 %	4,03	3,96	3,77	3,67	3,56	3,45	3,39	3,33
	1 %	5,35	5,26	4,96	4,81	4,65	4,48	4,40	4,31
	0,5 %	6,54	6,42	6,03	5,83	5,62	5,41	5,30	5,19
10	10 %	2,35	2,32	2,24	2,20	2,16	2,11	2,08	2,06
	5 %	3,02	2,98	2,84	2,77	2,70	2,62	2,58	2,54
	2,5 %	3,78	3,72	3,52	3,42	3,31	3,20	3,14	3,08
	1 %	4,94	4,85	4,56	4,41	4,25	4,08	4,00	3,91
	0,5 %	5,97	5,85	5,47	5,27	5,07	4,86	4,75	4,64
11	10 %	2,27	2,25	2,17	2,12	2,08	2,03	2,00	1,97
	5 %	2,90	2,85	2,72	2,65	2,57	2,49	2,45	2,40
	2,5 %	3,59	3,53	3,33	3,23	3,12	3,00	2,94	2,88
	1 %	4,63	4,54	4,25	4,10	3,94	3,78	3,69	3,60
	0,5 %	5,54	5,42	5,05	4,86	4,65	4,44	4,34	4,23
12	10 %	2,21	2,19	2,10	2,06	2,01	1,96	1,93	1,90
	5 %	2,80	2,75	2,62	2,54	2,47	2,38	2,34	2,30
	2,5 %	3,44	3,37	3,18	3,07	2,96	2,85	2,79	2,72
	1 %	4,39	4,30	4,01	3,86	3,70	3,54	3,45	3,36
	0,5 %	5,20	5,09	4,72	4,53	4,33	4,12	4,01	3,90
13	10 %	2,16	2,14	2,05	2,01	1,96	1,90	1,88	1,85
	5 %	2,71	2,67	2,53	2,46	2,38	2,30	2,25	2,21
	2,5 %	3,31	3,25	3,05	2,95	2,84	2,72	2,66	2,60
	1 %	4,19	4,10	3,82	3,66	3,51	3,34	3,25	3,17
	0,5 %	4,94	4,82	4,46	4,27	4,07	3,87	3,76	3,65
14	10 %	2,12	2,10	2,01	1,96	1,91	1,86	1,83	1,80
	5 %	2,65	2,60	2,46	2,39	2,31	2,22	2,18	2,13
	2,5 %	3,21	3,15	2,95	2,84	2,73	2,61	2,55	2,49
	1 %	4,03	3,94	3,66	3,51	3,35	3,18	3,09	3,00
	0,5 %	4,72	4,60	4,25	4,06	3,86	3,66	3,55	3,44
15	10 %	2,09	2,06	1,97	1,92	1,87	1,82	1,79	1,76
	5 %	2,59	2,54	2,40	2,33	2,25	2,16	2,11	2,07
	2,5 %	3,12	3,06	2,86	2,76	2,64	2,52	2,46	2,40
	1 %	3,89	3,80	3,52	3,37	3,21	3,05	2,96	2,87
	0,5 %	4,54	4,42	4,07	3,88	3,69	3,48	3,37	3,26
16	10 %	2,06	2,03	1,94	1,89	1,84	1,78	1,75	1,72
	5 %	2,54	2,49	2,35	2,28	2,19	2,11	2,06	2,01
	2,5 %	3,05	2,99	2,79	2,68	2,57	2,45	2,38	2,32
	1 %	3,78	3,69	3,41	3,26	3,10	2,93	2,84	2,75
	0,5 %	4,38	4,27	3,92	3,73	3,54	3,33	3,22	3,11

III. Az *F*-eloszlás táblázata (folytatás)

A nevező szabadságfoka	Valószínűség	A számláló szabadságfoka 1	2	3	4	5	6	7	8
17	10 %	3,03	2,64	2,44	2,31	2,22	2,15	2,10	2,06
	5 %	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55
	2,5 %	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,16	3,06
	1 %	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79
	0,5 %	10,4	7,35	6,15	5,50	5,07	4,78	4,56	4,39
18	10 %	3,01	2,62	2,42	2,29	2,20	2,13	2,08	2,04
	5 %	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51
	2,5 %	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,10	3,01
	1 %	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71
	0,5 %	10,2	7,21	6,03	5,37	4,96	4,66	4,44	4,28
19	10 %	2,99	2,61	2,40	2,27	2,18	2,11	2,06	2,02
	5 %	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48
	2,5 %	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	3,05	2,96
	1 %	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63
	0,5 %	10,1	7,09	5,92	5,27	4,85	4,56	4,34	4,18
20	10 %	2,97	2,59	2,38	2,25	2,16	2,09	2,04	2,00
	5 %	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45
	2,5 %	5,87	4,46	3,86	6,51	3,29	3,13	3,01	2,91
	1 %	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56
	0,5 %	9,94	6,99	5,82	5,17	4,76	4,47	4,26	4,09
21	10 %	2,96	2,57	2,36	2,23	2,14	2,08	2,02	1,98
	5 %	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42
	2,5 %	5,83	4,42	3,82	3,48	3,25	3,09	2,97	2,87
	1 %	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51
	0,5 %	9,83	6,89	5,73	5,09	4,68	4,39	4,18	4,01
22	10 %	2,95	2,56	2,35	2,22	2,13	2,06	2,01	1,97
	5 %	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40
	2,5 %	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,93	2,84
	1 %	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45
	0,5 %	9,73	6,81	5,65	5,02	4,61	4,32	4,11	3,94
23	10 %	2,94	2,55	2,34	2,21	2,11	2,05	1,99	1,95
	5 %	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37
	2,5 %	5,75	4,35	3,75	3,41	3,18	3,02	2,90	2,81
	1 %	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41
	0,5 %	9,63	6,73	5,58	4,95	4,54	4,26	4,05	3,88
24	10 %	2,93	2,54	2,33	2,19	2,10	2,04	1,98	1,94
	5 %	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36
	2,5 %	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,87	2,78
	1 %	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36
	0,5 %	9,55	6,66	5,52	4,89	4,49	4,20	3,99	3,83

III. Az *F*-eloszlás táblázata (folytatás)

A nevező szabadságfoka	Valószínűség	A számláló szabadságfoka: 9	10	15	20	30	60	120	∞
17	10 %	2,03	2,00	1,91	1,86	1,81	1,75	1,72	1,69
	5 %	2,49	2,45	2,31	2,23	2,15	2,06	2,01	1,96
	2,5 %	2,98	2,92	2,72	2,62	2,50	2,38	2,32	2,25
	1 %	3,68	3,59	3,31	3,16	3,00	2,83	2,75	2,65
	0,5 %	4,25	4,14	3,79	3,61	3,41	3,21	3,10	2,98
18	10 %	2,00	1,98	1,89	1,84	1,78	1,72	1,69	1,66
	5 %	2,46	2,41	2,27	2,19	2,11	2,02	1,97	1,92
	2,5 %	2,93	2,87	2,67	2,56	2,44	2,32	2,26	2,19
	1 %	3,60	3,51	3,23	3,08	2,92	2,75	2,66	2,57
	0,5 %	4,14	4,03	3,68	3,50	3,30	3,10	2,99	2,87
19	10 %	1,98	1,96	1,86	1,81	1,76	1,70	1,67	1,63
	5 %	2,42	2,38	2,23	2,16	2,07	1,98	1,93	1,88
	2,5 %	2,88	2,82	2,62	2,51	2,39	2,27	2,20	2,13
	1 %	3,52	3,43	3,15	3,00	2,84	2,67	2,58	2,49
	0,5 %	4,04	3,93	3,59	3,40	3,21	3,00	2,89	2,78
20	10 %	1,96	1,94	1,84	1,79	1,74	1,68	1,64	1,61
	5 %	2,39	2,35	2,20	2,12	2,04	1,95	1,90	1,84
	2,5 %	2,84	2,77	2,57	2,46	2,35	2,22	2,16	2,09
	1 %	3,46	3,37	3,09	2,94	2,78	2,61	2,52	2,42
	0,5 %	3,96	3,85	3,50	3,32	3,12	2,92	2,81	2,69
21	10 %	1,95	1,92	1,83	1,78	1,72	1,66	1,62	1,59
	5 %	2,37	2,32	2,18	2,10	2,01	1,92	1,87	1,81
	2,5 %	2,80	2,73	2,53	2,42	2,31	2,18	2,11	2,04
	1 %	3,40	3,31	3,03	2,88	2,72	2,55	2,46	2,36
	0,5 %	3,88	3,77	3,43	3,24	3,05	2,84	2,73	2,61
22	10 %	1,93	1,90	1,81	1,76	1,70	1,64	1,60	1,57
	5 %	2,34	2,30	2,15	2,07	1,98	1,89	1,84	1,78
	2,5 %	2,76	2,70	2,50	2,39	2,27	2,14	2,08	2,00
	1 %	3,35	3,26	2,98	2,83	2,67	2,50	2,40	2,31
	0,5 %	3,81	3,70	3,36	3,18	2,98	2,77	2,66	2,55
23	10 %	1,92	1,89	1,80	1,74	1,69	1,62	1,59	1,55
	5 %	2,32	2,27	2,13	2,05	1,96	1,86	1,81	1,76
	2,5 %	2,73	2,67	2,47	2,36	2,24	2,11	2,04	1,97
	1 %	3,30	3,21	2,93	2,78	2,62	2,45	2,35	2,26
	0,5 %	3,75	3,64	3,30	3,12	2,92	2,71	2,60	2,48
24	10 %	1,91	1,88	1,78	1,73	1,67	1,61	1,57	1,53
	5 %	2,30	2,25	2,11	2,03	1,94	1,84	1,79	1,73
	2,5 %	2,70	2,64	2,44	2,33	2,21	2,08	2,01	1,94
	1 %	3,26	3,17	2,89	2,74	2,58	2,40	2,31	2,21
	0,5 %	3,69	3,59	3,25	3,06	2,87	2,66	2,55	2,43

III. Az *F*-eloszlás táblázata (folytatás)

A nevező szabadságfoka	Valószínűség	A számláló szabadságfoka							
		1	2	3	4	5	6	7	8
25	10 %	2,92	2,53	2,32	2,18	2,09	2,02	1,97	1,93
	5 %	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34
	2,5 %	5,69	4,29	3,69	3,35	3,13	2,97	2,85	2,75
	1 %	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,46	3,32
	0,5 %	9,48	6,60	5,46	4,84	4,43	4,15	3,94	3,78
26	10 %	2,91	2,52	2,31	2,17	2,08	2,01	1,96	1,92
	5 %	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32
	2,5 %	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,82	2,73
	1 %	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29
	0,5 %	9,41	6,54	5,41	4,79	4,38	4,10	3,89	3,73
28	10 %	2,89	2,50	2,29	2,16	2,06	2,00	1,94	1,90
	5 %	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29
	2,5 %	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,78	2,69
	1 %	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,36	3,23
	0,5 %	9,28	6,44	5,32	4,70	4,30	4,02	3,81	3,65
30	10 %	2,88	2,49	2,28	2,14	2,05	1,98	1,93	1,88
	5 %	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27
	2,5 %	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,75	2,65
	1 %	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17
	0,5 %	9,18	6,35	5,24	4,62	4,23	3,95	3,74	3,58
40	10 %	2,84	2,44	2,23	2,09	2,00	1,93	1,87	1,83
	5 %	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18
	2,5 %	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,62	2,53
	1 %	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99
	0,5 %	8,83	6,07	4,98	4,37	3,99	3,71	3,51	3,35
60	10 %	2,79	2,39	2,18	2,04	1,95	1,87	1,82	1,77
	5 %	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10
	2,5 %	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,51	2,41
	1 %	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82
	0,5 %	8,49	5,80	4,73	4,14	3,76	3,49	329	3,13
120	10 %	2,75	2,35	2,13	1,99	1,90	1,82	1,77	1,72
	5 %	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02
	2,5 %	5,15	3,80	3,23	2,89	2,67	2,52	2,39	2,30
	1 %	6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	2,96	2,79	2,66
	0,5 %	8,18	5,54	4,50	3,92	3,55	3,28	3,09	2,93
∞	10 %	2,71	2,30	2,08	1,94	1,85	1,77	1,72	1,67
	5 %	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94
	2,5 %	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,29	2,19
	1 %	6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51
	0,5 %	7,88	5,30	4,28	3,72	3,35	3,09	2,90	2,74

III. Az *F*-eloszlás táblázata (befejezés)

A nevező szabadságfoka	Valószínűség	A számláló szabadságfoka: 9	10	15	20	30	60	120	∞
25	10 %	1,89	1,87	1,77	1,72	1,66	1,59	1,56	1,52
	5 %	2,28	2,24	2,09	2,01	1,92	1,82	1,77	1,71
	2,5 %	2,68	2,61	2,41	2,30	2,18	2,05	1,98	1,91
	1 %	3,22	3,13	2,85	2,70	2,54	2,36	2,27	2,17
	0,5 %	3,64	3,54	3,20	3,01	2,82	2,61	2,50	2,38
26	10 %	1,88	1,86	1,76	1,71	1,65	1,58	1,54	1,50
	5 %	2,27	2,22	2,07	1,99	1,90	1,80	1,75	1,69
	2,5 %	2,65	2,59	2,39	2,28	2,16	2,03	1,95	1,88
	1 %	3,18	3,09	2,82	2,66	2,50	2,33	2,23	2,13
	0,5 %	3,60	3,49	3,15	2,97	2,77	2,56	2,45	2,33
28	10 %	1,87	1,84	1,74	1,69	1,63	1,56	1,52	1,48
	5 %	2,24	2,19	2,04	1,96	1,87	1,77	1,71	1,65
	2,5 %	2,61	2,55	2,34	2,23	2,11	1,98	1,91	1,83
	1 %	3,12	3,03	2,75	2,60	2,44	2,26	2,17	2,06
	0,5 %	3,52	3,41	3,07	2,89	2,69	2,48	2,37	2,25
30	10 %	1,85	1,82	1,72	1,67	1,61	1,54	1,50	1,46
	5 %	2,21	2,16	2,01	1,93	1,84	1,74	1,68	1,62
	2,5 %	2,57	2,51	2,31	2,20	2,07	1,94	1,87	1,79
	1 %	3,07	2,98	2,70	2,55	2,39	2,21	2,11	2,01
	0,5 %	3,45	3,34	3,01	2,82	2,63	2,42	2,30	2,18
40	10 %	1,79	1,76	1,66	1,61	1,54	1,47	1,42	1,38
	5 %	2,12	2,08	1,92	1,84	1,74	1,64	1,58	1,51
	2,5 %	2,45	2,39	2,18	2,07	1,94	1,80	1,72	1,64
	1 %	2,89	2,80	2,52	2,37	2,20	2,02	1,92	1,80
	0,5 %	3,22	3,12	2,78	2,60	2,40	2,18	2,06	1,93
60	10 %	1,74	1,71	1,60	1,54	1,48	1,40	1,35	1,29
	5 %	2,04	1,99	1,84	1,75	1,65	1,53	1,47	1,39
	2,5 %	2,33	2,27	2,06	1,94	1,82	1,67	1,58	1,48
	1 %	2,72	2,63	2,35	2,20	2,03	1,84	1,73	1,60
	0,5 %	3,01	2,90	2,57	2,39	2,19	1,96	1,83	1,69
120	10 %	1,68	1,65	1,54	1,48	1,41	1,32	1,26	1,19
	5 %	1,96	1,91	1,75	1,66	1,55	1,43	1,35	1,25
	2,5 %	2,22	2,16	1,94	1,82	1,69	1,53	1,43	1,31
	1 %	2,56	2,47	2,19	2,03	1,86	1,66	1,53	1,38
	0,5 %	2,81	2,71	2,37	2,19	1,98	1,75	1,61	1,43
∞	10 %	1,63	1,60	1,49	1,42	1,34	1,24	1,17	1,00
	5 %	1,88	1,83	1,67	1,57	1,46	1,32	1,22	1,00
	2,5 %	2,11	2,05	1,83	1,71	1,57	1,39	1,27	1,00
	1 %	2,41	2,32	2,04	1,88	1,70	1,47	1,32	1,00
	0,5 %	2,62	2,52	2,19	2,00	1,79	1,53	1,36	1,00

IV: A maximális *F* táblázata

f \ *h*	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
					p = 5%						
2	39,0	87,5	142	202	266	333	403	475	550	626	704
3	15,4	27,8	39,2	50,7	62,0	72,9	83,5	93,9	104	114	124
4	9,60	15,5	20,6	25,2	29,5	33,6	37,5	41,1	44,6	48,0	51,4
5	7,15	10,8	13,7	16,3	18,7	20,8	22,9	24,7	26,5	28,2	29,9
6	5,82	8,38	10,4	12,1	13,7	15,0	16,3	17,5	18,6	19,7	20,7
7	4,99	6,94	8,44	9,70	10,8	11,8	12,7	13,5	14,3	15,1	15,8
8	4,43	6,00	7,18	8,12	9,03	9,78	10,5	11,1	11,7	12,2	12,7
9	4,03	5,34	6,31	7,11	7,80	8,41	8,95	9,45	9,91	10,3	10,7
10	3,72	4,85	5,67	6,34	6,92	7,42	7,87	8,28	8,66	9,01	9,34
12	3,28	4,16	4,79	5,30	5,72	6,09	6,42	6,72	7,00	7,25	7,48
15	2,86	3,54	4,01	4,37	4,68	4,95	5,19	5,40	5,59	5,77	5,93
20	2,46	2,95	3,29	3,54	3,76	3,94	4,10	4,24	4,37	4,49	4,59
30	2,07	2,40	2,61	2,78	2,91	3,02	3,12	3,21	3,29	3,36	3,39
60	1,67	1,85	1,96	2,04	2,11	2,17	2,22	2,26	2,30	2,33	2,36
∞	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
					p = 1%						
2	199	448	729	1036	1362	1705	2063	2432	2813	3204	3605
3	47,5	85	120	151	184	216	249	281	310	337	361
4	23,2	37	49	59	69	79	89	97	106	113	120
5	14,9	22	28	33	38	42	46	50	54	57	60
6	11,1	15,5	19,1	22	25	27	30	32	34	36	37
7	8,89	12,1	14,5	16,5	18,4	20	22	23	24	26	27
8	7,50	9,9	11,7	13,2	14,5	15,8	16,9	17,9	18,9	19,8	21
9	6,54	8,5	9,9	11,1	12,1	13,1	13,9	14,7	15,3	16,0	16,6
10	5,85	7,4	8,6	9,6	10,4	11,1	11,8	12,4	12,9	13,4	13,9
12	4,91	6,1	6,9	7,6	8,2	8,7	9,1	9,5	9,9	10,2	10,6
15	4,07	4,9	5,5	6,0	6,4	6,7	7,1	7,3	7,5	7,8	8,0
20	3,32	3,8	4,3	4,6	4,9	5,1	5,3	5,5	5,6	5,8	5,9
30	2,63	3,0	3,3	3,4	3,6	3,7	3,8	3,9	4,0	4,1	4,2
60	1,96	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,7
∞	1,00	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

V: A *t*-eloszlás táblázata

	Valószínűségek									
f	0,90	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	0,510	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,042	0,445	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,424	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,414	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,408	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,404	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,402	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,399	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,398	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,397	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,396	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,395	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,221
13	0,128	0,394	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,393	0,392	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,393	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,392	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,392	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,392	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,391	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,391	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,391	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,390	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,390	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,390	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,390	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,390	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,389	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,389	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,389	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,389	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,388	0,681	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
60	0,126	0,387	0,679	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,386	0,677	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,126	0,385	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

VI: Mann–Whitney-próba táblázata

p=0,10

n_2 \ n_1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf
4	**11−25**	17−33	24−42	32−52	41−63	51−75	62−88	74−102	87−117	101−133	116−150
5	12−28	**19−36**	26−46	34−57	44−68	54−81	66−94	78−109	91−125	106−141	121−159
6	13−31	20−40	**28−50**	36−62	46−74	57−87	69−101	82−116	95−133	110−150	126−168
7	14−34	21−44	29−55	**39−66**	49−79	60−93	72−108	85−124	99−141	115−158	131−177
8	15−37	23−47	31−59	41−71	**51−85**	63−99	75−115	89−131	104−148	119−167	136−186
9	16−40	24−51	33−63	43−76	54−90	**66−105**	79−121	93−138	108−156	124−178	141−195
10	17−43	26−54	35−67	45−81	56−96	69−111	**82−128**	97−145	112−164	128−184	146−204
11	18−46	27−58	37−71	47−86	59−101	72−117	86−134	**100−153**	116−172	133−192	151−213
12	19−49	28−62	38−76	49−91	62−106	75−123	89−141	104−160	**120−180**	138−200	156−222
13	20−52	30−65	40−80	52−95	64−112	78−129	92−148	108−167	125−187	**142−209**	161−231
14	21−55	31−69	42−84	54−100	67−117	81−135	96−154	112−174	129−195	147−217	**166−240**
15	22−58	33−72	44−88	56−105	69−123	84−141	99−161	116−181	133−203	152−225	171−249
16	24−60	34−76	46−92	58−110	72−128	87−147	103−167	120−188	138−210	156−234	176−258
17	25−63	35−80	47−97	61−114	75−133	90−153	106−174	123−196	142−218	161−242	181−267
18	26−66	37−83	49−101	63−119	77−139	93−159	110−180	127−203	146−226	165−251	186−276
19	27−69	38−87	51−105	65−124	80−144	96−165	113−187	131−210	150−234	170−259	191−285
20	28−72	40−90	53−109	67−129	83−149	99−171	117−193	135−217	154−242	175−267	196−294
21	29−75	41−94	55−113	69−134	85−155	102−177	120−200	139−224	159−249	180−275	202−302
22	30−78	43−97	57−117	72−138	88−160	105−183	123−207	142−232	163−257	184−284	207−311
23	31−81	44−101	58−122	74−143	90−166	108−189	127−213	146−239	167−265	189−292	212−320
24	32−84	45−105	60−126	76−148	93−171	111−195	130−220	150−246	171−273	194−300	217−329
25	33−87	47−108	62−130	78−153	96−176	114−201	133−227	154−253	176−280	199−308	222−338
26	34−90	48−112	64−134	81−157	98−182	117−207	137−233	158−260	180−288	203−317	227−347
27	35−93	50−115	66−138	83−162	101−187	120−213	140−240	162−267	184−296	208−325	233−355
28	36−96	51−119	67−143	85−167	103−193	123−219	144−246	166−274	189−303	213−333	238−364
29	37−99	53−122	69−147	87−172	106−198	126−225	147−253	170−281	193−311	218−341	243−373
30	38−102	54−126	71−151	89−177	109−203	129−231	151−259	174−288	197−319	222−350	248−382
31	39−105	55−130	73−155	92−181	111−209	132−237	154−266	178−295	202−326	227−358	253−391
32	40−108	57−133	75−159	94−186	114−214	135−243	158−272	181−303	206−334	232−366	259−399
33	41−111	58−137	77−163	96−191	117−219	138−249	161−279	185−310	210−342	237−374	264−408
34	42−114	60−140	78−168	98−195	119−225	141−255	165−285	189−317	215−349	241−383	269−417
35	43−117	61−144	80−172	100−201	122−230	144−261	168−292	193−324	219−357	246−391	274−426
36	44−120	62−148	82−176	102−206	124−236	148−266	172−298	197−331	223−365	251−399	279−435
37	45−123	64−151	84−180	105−210	127−241	151−272	175−305	201−338	228−372	256−407	285−443
38	46−126	65−155	85−185	107−215	130−246	154−278	179−311	205−345	232−380	260−416	290−452
39	47−129	67−158	87−189	109−220	132−252	157−284	182−318	209−352	236−388	265−424	295−461
40	48−132	68−162	89−193	111−225	135−257	160−290	186−324	213−359	241−395	270−432	300−470
41	49−135	69−166	91−197	114−229	138−262	163−296	189−331	217−366	245−403	275−440	305−479
42	50−138	71−169	93−201	116−234	140−268	166−302	193−337	221−373	249−411	279−449	311−487
43	51−141	72−173	95−205	118−239	143−273	169−308	196−344	224−381	254−418	284−457	316−496
44	52−144	74−176	96−210	120−244	146−278	172−314	200−350	228−388	258−426	289−465	321−505
45	53−147	75−180	98−214	123−248	148−284	175−320	203−357	232−395	262−434	294−473	326−514
46	55−149	77−183	100−218	125−253	151−289	178−326	207−363	236−402	267−441	299−481	331−523
47	56−152	78−187	102−222	127−258	154−294	181−332	210−370	240−409	271−449	303−490	337−531
48	57−155	79−191	104−226	129−263	156−300	184−338	214−376	244−416	275−457	308−498	342−540
49	58−158	81−194	106−230	132−267	159−305	187−344	217−383	248−423	280−464	313−506	347−549
50	59−161	82−198	107−235	134−272	162−310	190−350	221−387	252−430	284−472	318−514	352−558

VI. Mann–Whitney-próba táblázata (folytatás)

p=0,10

n_2 \ n_1	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf
4	*132–168*	*150–186*	*168–206*	*187–227*	*207–249*	*228–272*	*250–296*	*273–321*	*297–347*	*322–374*	*348–402*
5	*138–177*	*155–197*	*173–218*	*193–239*	*213–262*	*235–285*	*257–310*	*281–335*	*305–362*	*330–390*	*357–418*
6	*143–187*	*161–207*	*179–229*	*199–251*	*220–274*	*242–298*	*265–323*	*289–349*	*313–377*	*339–405*	*366–434*
7	*148–197*	*166–218*	*186–239*	*206–262*	*227–286*	*249–311*	*272–337*	*297–363*	*322–391*	*348–420*	*375–450*
8	*153–207*	*172–228*	*192–250*	*212–274*	*234–298*	*257–323*	*280–350*	*305–377*	*330–406*	*357–435*	*385–465*
9	*159–216*	*178–238*	*198–261*	*219–285*	*241–310*	*264–336*	*288–363*	*313–391*	*339–420*	366–450	394–481
10	*164–226*	*184–248*	*204–272*	*226–297*	*248–322*	*272–348*	*296–376*	321–405	348–434	375–465	403–497
11	*170–235*	*190–258*	*210–283*	*232–308*	*255–334*	279–361	304–389	329–419	356–449	384–480	413–512
12	*175–245*	*196–268*	*217–293*	239–319	262–346	286–374	312–402	338–432	365–463	393–495	423–527
13	*181–254*	*201–279*	223–304	245–331	269–358	294–386	320–415	346–446	374–477	403–509	433–542
14	186–264	207–289	229–315	252–342	276–370	301–399	328–428	355–459	383–491	412–524	442–558
15	**191–274**	213–299	235–326	259–353	284–381	309–411	336–441	363–473	392–505	422–538	452–573
16	197–283	**219–309**	242–336	266–364	291–393	317–423	344–454	372–486	401–519	431–553	462–588
17	202–293	225–319	**248–347**	273–375	298–405	325–435	352–467	380–500	410–533	440–568	472–603
18	208–302	231–329	255–357	**280–386**	305–417	332–448	360–480	389–513	419–547	450–582	482–618
19	214–311	237–339	261–368	286–398	**313–428**	340–460	368–493	398–526	428–561	459–597	492–633
20	219–321	243–349	268–378	293–409	320–440	**348–472**	376–506	406–540	437–575	469–611	501–649
21	225–330	249–359	274–389	300–420	327–452	355–485	**385–518**	415–553	446–589	478–626	511–664
22	230–340	255–369	280–400	307–431	335–463	363–497	393–531	**423–567**	455–603	488–640	521–679
23	236–349	261–379	287–410	314–442	342–475	371–509	401–544	432–580	**464–617**	497–655	531–694
24	242–358	267–389	293–421	321–453	349–487	379–521	409–557	441–593	473–631	**507–669**	541–709
25	247–368	273–399	300–431	328–464	357–498	386–534	417–570	449–607	482–645	516–684	**551–724**
26	253–377	279–409	306–442	335–475	364–510	394–546	426–582	458–620	491–659	526–698	561–739
27	258–387	285–419	313–452	342–486	371–522	402–558	434–595	467–633	500–673	535–713	571–754
28	264–396	291–429	319–463	348–498	379–533	410–570	442–608	475–647	510–686	545–727	581–769
29	270–405	297–439	326–473	355–509	386–545	418–582	450–621	484–660	519–700	554–742	591–784
30	275–415	303–449	332–484	362–520	393–557	425–595	459–633	493–673	528–714	564–756	601–799
31	281–424	309–459	339–494	369–531	401–568	433–607	467–646	501–687	537–728	574–770	611–814
32	286–434	315–469	345–505	376–542	408–580	441–619	475–659	510–700	546–742	583–785	621–829
33	292–443	321–479	352–515	383–553	415–592	449–631	483–672	519–713	555–756	593–799	631–844
34	298–452	327–489	358–526	390–564	423–603	457–643	492–684	527–727	564–770	602–814	641–859
35	303–462	333–499	365–536	397–575	430–615	464–656	500–697	536–740	574–783	612–828	651–874
36	309–471	340–508	371–547	404–586	438–626	472–668	508–710	545–753	583–797	621–843	661–889
37	315–480	346–518	378–557	411–597	445–638	480–680	516–723	554–766	592–811	631–857	671–904
38	320–490	352–528	384–568	418–608	452–650	488–692	525–735	562–780	601–825	641–871	681–919
39	326–499	358–538	391–578	425–619	460–661	496–704	533–748	571–793	610–839	650–886	691–934
40	331–509	364–548	397–589	432–630	467–673	504–716	541–761	580–806	619–853	660–900	702–948
41	337–518	370–558	404–599	439–641	474–685	511–729	549–774	588–820	628–867	669–915	712–963
42	343–527	376–568	410–610	446–652	482–696	519–741	558–786	597–833	638–880	679–929	722–978
43	348–537	382–578	417–620	452–664	489–708	527–753	566–799	606–846	647–894	689–943	732–993
44	354–546	388–588	423–631	459–675	497–719	535–765	574–812	615–859	656–908	698–958	742–1008
45	360–555	394–598	430–641	466–686	504–731	543–777	583–824	623–873	665–922	708–972	752–1023
46	365–565	400–608	436–652	473–697	511–743	551–789	591–837	632–886	674–936	718–986	762–1038
47	371–574	406–618	443–662	480–708	519–754	558–802	599–850	641–899	683–950	727–1001	772–1053
48	377–583	412–628	449–673	487–719	526–766	566–814	607–863	649–913	693–963	737–1015	782–1068
49	382–593	418–638	456–683	494–730	534–777	574–826	616–875	658–926	702–977	746–1030	792–1083
50	388–602	425–647	462–694	501–741	541–789	582–838	624–888	667–939	711–991	756–1044	802–1098

VI. Mann–Whitney-próba táblázata (folytatás)

p=0,05

n_2 \ n_1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf
4	**10–26**	16–34	23–43	31–53	40–64	49–77	60–90	72–104	85–119	99–135	114–152
5	11–29	**17–38**	24–48	33–58	42–70	52–83	63–97	75–112	89–127	103–144	118–162
6	12–32	18–42	**26–52**	34–64	44–76	55–89	66–104	79–119	92–136	107–153	122–172
7	13–35	20–45	27–57	**36–69**	46–82	57–96	69–111	82–127	96–144	111–162	127–181
8	14–38	21–49	29–61	38–74	**49–87**	60–102	72–118	85–135	100–152	115–171	131–191
9	14–42	22–53	31–65	40–79	51–93	**62–109**	75–125	89–142	104–160	119–180	136–200
10	15–45	23–57	32–70	42–84	53–99	65–115	**78–132**	92–150	107–169	124–188	141–209
11	16–48	24–61	34–74	44–89	55–105	68–121	81–139	**96–157**	111–177	128–197	145–219
12	17–51	26–64	35–79	46–94	58–110	71–127	84–146	99–165	**115–185**	132–206	150–228
13	18–54	27–68	37–83	48–99	60–116	73–134	88–152	103–172	119–193	**136–215**	155–237
14	19–57	28–72	38–88	50–104	62–122	76–140	91–159	106–180	123–201	141–223	**160–246**
15	20–60	29–76	40–92	52–109	65–127	79–146	94–166	110–187	127–209	145–232	164–256
16	21–63	30–80	42–96	54–114	67–133	82–152	97–173	113–195	131–217	150–240	169–265
17	21–67	32–83	43–101	56–119	70–138	84–159	100–180	117–202	135–225	154–249	174–274
18	22–70	33–87	45–105	58–124	72–144	87–165	103–187	121–209	139–233	159–257	179–283
19	23–73	34–91	46–110	60–129	74–150	90–171	107–193	124–217	143–241	163–266	184–292
20	24–76	35–95	48–114	62–134	77–155	93–177	110–200	128–224	147–249	167–275	188–302
21	25–79	37–98	50–118	64–139	79–161	95–184	113–207	131–232	151–257	172–283	193–311
22	26–82	38–102	51–123	66–144	81–167	98–190	116–214	135–239	155–265	176–292	198–320
23	27–85	39–106	53–127	68–149	84–172	101–196	119–221	139–246	159–273	180–301	203–329
24	27–89	40–110	54–132	70–154	86–178	104–202	123–227	142–254	163–281	185–309	208–338
25	28–92	42–113	56–136	72–159	89–183	107–208	126–234	146–261	167–289	189–318	213–347
26	29–95	43–117	58–140	74–164	91–189	109–215	129–241	150–268	171–297	194–326	217–357
27	30–98	44–121	59–145	76–169	93–195	112–221	132–248	153–276	175–305	198–335	222–366
28	31–101	45–125	61–149	78–174	96–200	115–227	135–255	157–283	179–313	203–343	227–375
29	32–104	47–128	63–153	80–179	98–206	118–233	139–261	160–291	183–321	207–352	232–384
30	33–107	48–132	64–158	82–184	101–211	121–239	142–268	164–298	187–329	211–361	237–393
31	34–110	49–136	66–162	84–189	103–217	123–246	145–275	167–306	191–337	216–369	242–402
32	34–114	50–140	67–167	86–194	106–222	126–252	148–282	171–313	195–345	220–378	246–412
33	35–117	52–143	69–171	88–199	108–228	129–258	151–289	175–320	199–353	225–386	251–421
34	36–120	53–147	71–175	90–204	110–234	132–264	155–295	178–328	203–361	229–395	256–430
35	37–123	54–151	72–180	92–209	113–239	135–270	158–302	182–335	207–369	234–403	261–439
36	38–126	55–155	74–184	94–214	115–245	137–277	161–309	185–343	211–377	238–412	266–448
37	39–129	57–158	76–188	96–219	117–251	140–283	164–316	189–250	215–385	242–421	271–457
38	40–132	58–162	77–193	98–224	120–256	143–289	167–323	193–357	219–393	247–429	275–467
39	41–135	59–166	79–197	100–229	122–262	146–295	170–330	196–365	223–401	251–438	280–476
40	41–139	60–170	80–202	102–234	125–267	149–301	174–336	200–372	227–409	256–446	285–485
41	42–142	61–174	82–206	104–239	127–273	151–308	177–343	204–379	231–417	260–455	290–494
42	43–145	63–177	84–210	106–244	129–279	154–314	180–350	207–387	235–425	265–463	295–503
43	44–148	64–181	85–215	108–249	132–284	157–320	183–357	211–394	239–433	269–472	300–512
44	45–151	65–185	87–219	110–254	134–290	160–326	186–364	214–402	243–441	273–481	305–521
45	46–154	66–189	88–224	112–259	137–295	163–332	190–370	218–409	247–449	278–489	309–531
46	47–157	68–192	90–228	114–264	139–301	165–339	193–377	222–416	251–457	282–498	314–540
47	48–160	69–196	92–232	116–269	141–307	168–345	196–384	225–424	255–465	287–506	319–549
48	48–164	70–200	93–237	118–274	144–312	171–351	199–391	229–431	259–473	291–515	324–558
49	49–167	71–204	95–241	120–279	146–318	174–357	202–398	232–439	263–481	296–523	329–567
50	50–170	73–207	97–245	122–284	149–323	177–363	206–404	236–446	267–489	300–532	334–576

VI. Mann–Whitney-próba táblázata (folytatás)

p=0,05

n_2 \ n_1	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf
4	*130–170*	*147–189*	*164–210*	*183–231*	*203–253*	*224–276*	*246–300*	*269–325*	*293–351*	*317–379*	*343–407*
5	*134–181*	*151–201*	*170–221*	*189–243*	*209–266*	*230–290*	*253–314*	*276–340*	*300–367*	*325–395*	*352–423*
6	*139–191*	*157–211*	*175–233*	*195–255*	*215–279*	*237–303*	*260–328*	*283–355*	*308–382*	*333–411*	*360–440*
7	*144–201*	*162–222*	*181–244*	*201–267*	*222–291*	*244–316*	*267–342*	*291–369*	*316–397*	*342–426*	*369–456*
8	*149–211*	*167–233*	*187–255*	*207–279*	*228–304*	*251–329*	*274–356*	*298–384*	*324–412*	*350–442*	*378–472*
9	*154–221*	*173–243*	*192–267*	*213–291*	*235–316*	*258–342*	*281–370*	*306–398*	*332–427*	*359–457*	*387–488*
10	*159–231*	*178–254*	*198–278*	*219–303*	*242–328*	*265–355*	*289–383*	*314–412*	*340–442*	368–472	396–504
11	*164–241*	*183–265*	*204–289*	*226–314*	*248–341*	*272–368*	*296–397*	322–426	349–456	376–488	405–520
12	*169–251*	*189–275*	*210–300*	*232–326*	255–353	279–381	304–410	330–440	357–471	385–503	414–536
13	*174–261*	*195–285*	*216–311*	239–337	262–365	286–394	312–423	338–454	365–486	394–518	423–552
14	*179–271*	*200–296*	222–322	245–349	269–377	293–407	319–437	346–468	374–500	403–533	433–567
15	**184–281**	206–306	228–333	251–361	275–390	301–419	327–450	354–482	382–515	412–548	442–583
16	190–290	**211–317**	234–344	258–372	282–402	308–432	335–463	362–496	391–529	421–563	451–599
17	195–300	217–327	**240–355**	264–384	289–414	315–445	342–477	370–510	399–544	429–579	461–614
18	200–310	223–337	246–366	**271–395**	296–426	322–458	350–490	378–524	408–558	438–594	470–630
19	205–320	228–348	252–377	277–407	**303–438**	330–470	358–503	387–537	416–573	447–609	479–646
20	211–329	234–358	258–388	283–419	310–450	**337–483**	365–517	395–551	425–587	456–624	489–661
21	216–339	240–368	264–399	290–430	317–562	344–496	**373–530**	403–565	434–601	465–639	498–677
22	221–349	245–379	270–410	296–442	324–474	352–508	381–543	**411–579**	442–616	474–654	508–692
23	226–359	251–389	276–421	303–453	330–487	359–521	389–556	419–593	**451–630**	483–669	517–708
24	232–368	257–399	282–432	309–465	337–499	366–534	396–570	427–607	459–645	**492–684**	527–723
25	237–378	262–410	289–442	316–476	344–511	374–546	404–583	436–620	468–659	502–698	**536–739**
26	242–388	268–420	295–453	322–488	351–523	381–559	412–596	444–634	477–673	511–713	545–755
27	247–398	273–431	301–464	329–499	358–535	388–572	420–609	452–648	485–688	520–728	555–770
28	253–407	279–441	307–475	335–511	365–547	396–584	427–623	460–662	494–702	529–743	564–786
29	258–417	285–451	313–486	342–522	372–559	403–597	435–636	468–676	503–716	538–758	574–801
30	263–427	291–461	319–497	348–534	379–571	411–609	443–649	477–689	511–731	547–773	584–816
31	268–437	296–472	325–508	355–545	386–583	418–622	451–662	485–703	520–745	556–788	593–832
32	274–446	302–482	331–519	362–556	393–595	425–635	459–675	493–717	529–759	565–803	603–847
33	279–456	308–492	337–530	368–568	400–607	433–647	467–688	501–731	537–774	574–818	612–863
34	284–466	313–503	343–541	375–579	407–619	440–660	474–702	510–744	546–788	583–833	622–878
35	289–476	319–513	350–551	381–591	414–631	447–673	482–715	518–758	555–802	592–848	631–894
36	295–485	325–523	356–562	388–602	421–643	455–685	490–728	526–772	563–817	602–862	641–909
37	300–495	330–534	362–573	394–614	428–655	462–698	498–741	534–786	572–831	611–877	650–925
38	305–505	336–544	368–584	401–625	435–667	470–710	506–754	543–799	581–845	620–892	660–940
39	311–514	342–554	374–595	407–637	442–679	477–723	514–767	551–813	589–860	629–907	670–955
40	316–524	347–565	380–606	414–648	449–691	485–735	521–781	559–827	598–874	638–922	679–971
41	321–534	353–575	386–617	420–660	456–703	492–748	529–794	568–840	607–888	647–937	689–986
42	326–544	359–585	392–628	427–671	463–715	499–761	537–807	576–854	616–902	656–952	698–1002
43	332–553	365–595	399–638	434–682	470–727	507–773	545–820	584–868	624–917	666–966	708–1017
44	337–563	370–606	405–649	440–694	477–739	514–786	553–833	592–882	633–931	675–981	717–1033
45	342–573	376–616	411–660	447–705	484–751	522–798	561–846	601–895	642–945	684–996	727–1048
46	347–583	382–626	417–671	453–717	491–763	529–811	568–860	609–909	651–959	693–1011	737–1063
47	353–592	387–637	423–682	460–728	498–775	536–824	576–873	617–923	659–974	702–1026	746–1079
48	358–602	393–647	429–693	466–740	505–787	544–836	584–886	626–936	668–988	711–1041	756–1094
49	363–612	399–657	435–704	473–751	512–799	551–849	592–899	634–950	677–1002	721–1055	766–1109
50	369–621	405–667	441–715	480–762	519–811	559–861	600–912	642–964	685–1017	730–1070	775–1125

VI. Mann–Whitney-próba táblázata (folytatás)

p=0,02

n_2 \ n_1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf
4	–	15–35	22–44	29–55	38–66	48–78	58–92	70–106	83–121	96–138	111–155
5	10–30	**16–39**	23–49	31–60	40–72	50–85	61–99	73–114	86–130	100–147	115–165
6	11–33	17–43	**24–54**	32–66	42–78	52–92	63–107	75–123	89–139	103–157	118–176
7	11–37	18–47	25–59	**34–71**	43–85	54–99	66–114	78–131	92–148	107–166	122–186
8	12–40	19–51	27–63	35–77	**45–91**	56–106	68–122	81–139	95–157	111–175	127–195
9	13–43	20–55	28–68	37–82	47–97	**59–112**	71–129	84–147	99–165	114–185	131–205
10	13–47	21–59	29–73	39–87	49–103	61–119	**74–136**	88–154	102–174	118–194	135–215
11	14–50	22–63	30–78	40–93	51–109	63–126	77–143	**91–162**	106–182	122–203	139–225
12	15–53	23–67	32–82	42–98	53–115	66–132	79–151	94–170	**109–191**	126–212	143–235
13	15–57	24–71	33–87	44–103	56–120	68–139	82–158	97–178	113–199	**130–221**	148–244
14	16–60	25–75	34–92	45–109	58–126	71–145	85–165	100–186	116–208	134–230	**152–254**
15	17–63	26–79	36–96	47–114	60–132	73–152	88–172	103–194	120–216	138–239	156–264
16	17–67	27–83	37–101	49–119	62–138	76–158	91–179	107–201	124–224	142–248	161–273
17	18–70	28–87	39–105	51–124	64–144	78–165	93–187	110–209	127–233	146–257	165–283
18	19–73	29–91	40–110	52–130	66–150	81–171	96–194	113–217	131–241	150–266	169–293
19	19–77	30–95	41–115	54–135	68–156	83–178	99–201	116–225	134–250	154–275	174–302
20	20–80	31–99	43–119	56–140	70–162	85–185	102–208	119–233	138–258	157–285	178–312
21	21–83	32–103	44–124	58–145	72–168	88–191	105–215	123–240	142–266	161–294	182–322
22	21–87	33–107	45–129	59–151	74–174	90–198	108–222	126–248	145–275	165–303	187–331
23	22–90	34–111	47–133	61–156	76–180	93–204	110–230	129–256	149–283	169–312	191–341
24	23–93	35–115	48–138	63–161	78–186	95–211	113–237	132–264	152–292	173–321	196–350
25	23–97	36–119	50–142	64–167	81–191	98–217	116–244	135–272	156–300	177–330	200–360
26	24–100	37–123	51–147	66–172	83–197	100–224	119–251	138–280	159–309	181–339	204–370
27	25–103	38–127	52–152	68–177	85–203	103–230	121–259	142–287	163–317	185–348	209–379
28	26–106	39–131	54–156	70–182	87–209	105–237	124–266	145–295	167–325	189–357	213–389
29	26–110	40–135	55–161	71–188	89–215	108–243	127–273	148–303	170–334	193–366	218–398
30	27–113	41–139	56–166	73–193	91–221	110–250	130–280	151–311	174–342	198–374	222–408
31	28–116	42–143	58–170	75–198	93–227	112–257	133–287	155–318	178–350	202–383	227–417
32	28–120	43–147	59–175	77–203	95–233	115–263	136–294	158–326	181–359	206–392	231–427
33	29–123	44–151	61–179	78–209	97–239	117–270	139–301	161–334	185–367	210–401	235–437
34	30–126	45–155	62–184	79–215	99–245	120–276	141–309	164–342	189–375	214–410	240–446
35	30–130	46–159	63–189	81–220	101–251	122–283	144–316	168–349	192–384	218–419	244–456
36	31–133	47–163	65–193	83–225	103–257	125–289	147–323	171–357	196–392	222–428	249–465
37	32–136	48–167	66–198	84–231	105–263	127–296	150–330	174–365	199–401	226–437	253–475
38	32–140	49–171	67–203	86–236	107–269	129–303	153–337	177–373	203–409	230–446	258–484
39	33–143	50–175	69–207	88–241	109–275	132–309	156–344	181–380	207–417	234–455	262–494
40	34–146	51–179	70–212	90–246	111–281	134–316	159–351	184–388	210–426	238–464	267–503
41	34–150	52–183	72–216	91–252	113–287	137–322	161–359	187–396	214–434	242–473	271–513
42	35–153	53–187	73–221	93–257	116–292	139–329	164–366	190–404	218–442	246–482	276–522
43	35–157	54–191	74–226	95–262	118–298	142–335	167–373	194–411	221–451	250–491	280–532
44	36–160	55–195	76–230	97–267	120–304	144–342	170–380	197–419	225–459	254–500	284–542
45	37–163	56–199	77–235	98–273	122–310	147–348	173–387	200–427	229–467	258–509	289–551
46	37–167	57–203	78–240	100–278	124–316	149–355	176–394	203–435	232–476	262–518	293–561
47	38–170	58–207	80–244	102–283	126–322	152–361	179–401	207–442	236–484	266–527	298–570
48	39–173	59–211	81–249	103–289	128–328	154–368	181–409	210–450	240–492	270–536	302–580
49	39–177	60–215	82–254	105–294	130–334	157–374	184–416	213–458	243–501	274–545	307–589
50	40–180	61–219	84–258	107–299	132–340	159–381	187–423	216–466	247–509	279–553	311–599

VI. Mann–Whitney-próba táblázata (folytatás)

p=0,02

n_2 \ n_1	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf
4	*127–173*	*143–193*	*161–213*	*180–234*	*199–257*	*220–280*	*242–304*	*264–330*	*288–356*	*313–383*	*338–412*
5	*131–184*	*148–204*	*166–225*	*185–247*	*205–270*	*226–294*	*248–319*	*271–345*	*295–372*	*320–400*	*346–429*
6	*135–195*	*152–216*	*171–237*	*190–260*	*210–284*	*232–308*	*254–334*	*277–361*	*302–388*	*327–417*	*354–446*
7	*139–206*	*157–227*	*176–249*	*195–273*	*216–297*	*238–322*	*261–348*	*284–376*	*309–404*	*335–433*	*361–464*
8	*144–216*	*162–238*	*181–261*	*201–285*	*222–310*	*244–336*	*267–363*	*291–391*	*316–420*	*342–450*	*370–480*
9	*148–227*	*167–249*	*186–273*	*207–297*	*228–323*	*250–350*	*274–377*	*298–406*	*324–435*	*350–466*	*378–497*
10	*153–237*	*172–260*	*191–285*	*212–310*	*234–336*	*257–363*	*281–391*	*306–420*	*331–451*	*358–482*	*386–514*
11	*157–248*	*177–271*	*197–296*	*218–322*	*240–349*	*263–377*	*288–405*	*313–435*	*339–466*	*366–498*	394–531
12	*162–258*	*182–282*	*202–308*	*224–334*	*246–362*	*270–390*	*295–419*	*320–450*	347–481	374–514	403–547
13	*167–268*	*187–293*	*208–319*	*230–346*	*253–374*	276–404	301–434	327–465	354–497	382–530	411–564
14	*171–279*	*192–304*	*213–331*	235–359	259–387	283–417	308–448	335–479	362–512	391–545	420–580
15	**176–289**	197–315	218–343	241–371	265–400	290–430	315–462	342–494	370–527	399–561	429–596
16	181–299	**202–326**	224–354	247–383	271–413	296–444	323–475	350–508	378–542	407–577	437–613
17	185–310	207–337	**229–366**	253–395	278–425	303–457	330–489	357–523	386–557	416–592	446–629
18	190–320	212–348	235–377	**259–407**	284–438	310–470	337–503	365–537	394–572	424–608	455–645
19	195–330	217–359	241–388	265–419	**290–451**	317–483	344–517	373–551	402–587	432–624	464–661
20	200–340	222–370	246–400	271–431	297–463	**323–497**	351–531	380–566	410–602	441–639	473–677
21	204–351	228–380	252–411	277–443	303–476	330–510	**359–544**	388–580	418–617	449–655	482–693
22	209–361	233–391	257–423	283–455	310–488	337–523	366–558	**395–595**	426–632	458–670	490–710
23	214–371	238–402	263–434	289–467	316–501	344–536	373–572	403–609	**434–647**	466–686	499–726
24	219–381	243–413	269–445	295–479	322–514	351–549	380–586	411–623	442–662	**475–701**	508–742
25	224–391	248–424	274–457	301–491	329–526	358–562	388–599	418–638	450–677	483–717	**517–758**
26	229–401	254–434	280–468	307–503	335–539	365–575	395–613	426–652	458–692	492–732	526–774
27	233–412	259–445	285–480	313–515	342–551	371–589	402–627	434–666	466–707	500–748	535–790
28	238–422	264–456	291–491	319–527	348–564	378–602	409–641	441–681	475–721	509–763	544–806
29	243–432	269–467	297–502	325–539	355–576	385–615	417–654	449–695	483–736	517–779	553–822
30	248–442	275–477	302–514	331–551	361–589	392–628	424–668	457–709	491–751	526–794	562–838
31	253–452	280–488	308–525	337–563	368–601	399–641	431–682	465–723	499–766	534–810	571–854
32	258–462	285–499	314–536	343–575	374–614	406–654	439–695	472–738	507–781	543–825	580–870
33	262–473	290–510	319–548	349–587	381–626	413–667	446–709	480–752	515–796	552–840	589–886
34	267–483	296–520	325–559	356–598	387–639	420–680	453–723	488–766	523–811	560–856	598–902
35	272–493	301–531	331–570	362–610	394–651	427–693	461–736	496–780	532–825	569–871	607–918
36	277–503	306–542	336–582	368–622	400–664	433–707	468–750	503–795	540–840	577–887	616–934
37	282–513	311–553	342–593	374–634	407–676	440–720	475–764	511–809	548–855	586–902	625–950
38	287–523	317–563	348–604	380–646	413–689	447–733	483–777	519–823	556–870	595–917	634–966
39	292–533	322–574	353–616	386–658	420–701	454–746	490–791	527–837	564–885	603–933	643–982
40	296–544	327–585	359–627	392–670	426–714	461–759	497–805	534–852	573–899	612–948	652–998
41	301–554	333–595	365–638	398–682	433–726	468–772	505–818	542–866	581–914	620–964	661–1014
42	306–564	338–606	371–649	404–694	439–739	475–785	512–832	550–880	589–929	629–979	670–1030
43	311–574	343–617	376–661	410–706	446–751	482–798	519–846	558–894	597–944	638–994	679–1046
44	316–584	348–628	382–672	416–718	452–764	489–811	527–859	565–909	605–959	646–1010	688–1062
45	321–594	354–638	388–683	423–729	459–776	496–824	534–873	573–923	614–973	655–1025	697–1078
46	326–604	359–649	393–695	429–741	465–789	503–837	541–887	581–937	622–988	663–1041	706–1094
47	330–615	364–660	399–706	435–753	472–801	510–850	549–900	589–951	630–1003	672–1056	715–1110
48	335–625	369–671	405–717	441–765	478–814	517–863	556–914	597–965	638–1018	681–1071	724–1126
49	340–635	375–681	410–729	447–777	485–826	524–876	563–928	604–980	646–1033	689–1087	733–1142
50	345–645	380–692	416–740	453–789	491–839	531–889	571–941	612–994	655–1047	698–1102	743–1157

VI. Mann–Whitney-próba táblázata (folytatás)

p=0,01

n_2 \ n_1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf
4	–	–	21–45	28–56	37–67	46–80	57–93	68–108	81–123	94–140	109–157
5	–	**15–40**	22–50	29–62	38–74	48–87	59–101	71–116	84–132	98–149	112–168
6	10–34	16–44	**23–55**	31–67	40–80	50–94	61–109	73–125	87–141	101–159	116–178
7	10–38	16–49	24–60	**32–73**	42–86	52–101	64–116	76–133	90–150	104–169	120–188
8	11–41	17–53	25–65	34–78	**43–93**	54–108	66–124	79–141	93–159	108–178	123–199
9	11–45	18–57	26–70	35–84	45–99	**56–115**	68–132	82–149	96–168	111–188	127–209
10	12–48	19–61	27–75	37–89	47–105	58–122	**71–139**	84–158	99–177	115–197	131–219
11	12–52	20–65	28–80	38–95	49–111	61–128	73–147	**87–166**	102–186	118–207	135–229
12	13–55	21–69	30–84	40–100	51–117	63–135	76–154	90–174	**105–195**	122–216	139–239
13	13–59	22–73	31–89	41–106	53–123	65–142	79–161	93–182	109–203	**125–226**	143–249
14	14–62	22–78	32–94	43–111	54–130	67–149	81–169	96–190	112–212	129–235	**147–259**
15	15–65	23–82	33–99	44–117	56–136	69–156	84–176	99–198	115–221	133–244	151–269
16	15–69	24–86	34–104	46–122	5–142	72–162	86–184	102–206	119–229	136–254	155–279
17	16–72	25–90	36–108	47–128	60–148	74–169	89–191	105–214	122–238	140–263	160–288
18	16–76	26–94	37–113	49–133	62–154	76–176	92–198	108–222	125–247	144–272	164–298
19	17–79	27–98	38–118	50–139	64–160	78–183	94–206	111–230	129–255	148–281	168–308
20	18–82	28–102	39–123	52–144	66–166	81–189	97–213	114–238	132–264	152–290	172–318
21	18–86	29–106	40–128	53–150	68–172	83–196	99–221	117–246	136–272	155–300	176–328
22	19–89	29–111	42–132	55–155	70–178	85–203	102–228	120–254	139–281	159–309	180–338
23	19–93	30–115	43–137	57–160	71–185	88–209	105–235	123–262	142–290	163–318	184–348
24	20–96	31–119	44–142	58–166	73–191	90–216	107–243	126–270	146–298	167–327	188–358
25	20–100	32–123	45–147	60–171	75–197	92–223	110–250	129–278	149–307	170–337	193–367
26	21–103	33–127	46–152	61–177	77–203	94–230	113–257	132–286	152–316	174–346	197–377
27	22–106	34–131	48–156	63–182	79–209	97–236	115–265	135–294	156–324	178–355	201–387
28	22–110	35–135	49–161	64–188	81–215	99–243	118–272	138–302	159–333	182–364	205–397
29	23–113	36–139	50–166	66–193	83–221	101–250	120–280	141–310	163–341	185–374	209–407
30	23–117	37–143	51–171	68–198	85–227	103–257	123–287	144–318	166–350	189–383	213–417
31	24–120	37–148	53–175	69–204	87–233	106–263	126–294	147–326	169–359	193–392	217–427
32	24–124	38–152	54–180	71–209	89–239	108–270	128–302	150–334	173–367	197–401	222–436
33	25–127	39–156	55–185	72–215	90–246	110–277	131–309	153–342	176–376	200–411	226–446
34	26–130	40–160	56–190	73–221	92–252	112–284	134–316	156–350	180–384	204–420	230–456
35	26–134	41–164	57–195	75–226	94–258	114–291	136–324	159–358	183–393	208–429	234–466
36	27–137	42–168	58–200	76–232	96–264	117–297	139–331	162–366	186–402	212–438	238–476
37	28–140	43–172	60–204	78–237	98–270	119–304	141–339	165–374	190–410	216–447	242–486
38	28–144	44–176	61–209	79–243	100–276	121–311	144–346	168–382	193–419	219–457	247–495
39	29–147	45–180	62–214	81–248	102–282	123–318	147–353	171–390	197–427	223–466	251–505
40	29–151	46–184	63–219	82–254	103–289	126–324	149–361	174–398	200–436	227–475	255–515
41	30–154	46–189	65–223	84–259	105–295	128–331	152–368	177–406	203–445	231–484	259–525
42	31–157	47–193	66–228	85–265	107–301	130–338	155–375	180–414	207–453	234–494	263–535
43	31–161	48–197	67–233	87–270	109–307	133–344	157–383	183–422	210–462	238–503	268–544
44	32–164	49–201	68–238	88–276	111–313	135–351	160–390	186–430	214–470	242–512	272–554
45	32–168	50–205	69–243	90–281	113–319	137–358	162–398	189–438	217–479	246–521	276–564
46	33–171	51–209	71–247	91–287	115–325	139–365	165–405	192–446	220–488	250–530	280–574
47	34–174	52–213	72–252	93–292	117–331	142–371	168–412	195–454	224–496	253–540	284–584
48	34–178	53–217	73–257	95–297	118–338	144–378	170–420	198–462	227–505	257–549	289–593
49	35–181	54–221	74–262	96–303	120–344	146–385	173–427	201–470	231–513	261–558	293–603
50	36–184	55–225	76–266	98–308	122–350	148–392	176–434	204–478	234–522	265–567	297–613

VI. Mann–Whitney-próba táblázata (befejezés)

p=0,01

n_2 \ n_1	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf	Ra Rf
4	*125–175*	*141–195*	*159–215*	*177–237*	*197–259*	*218–282*	*239–307*	*262–332*	*285–359*	*310–386*	*335–415*
5	*128–187*	*145–207*	*163–228*	*182–250*	*202–273*	*223–297*	*245–322*	*267–349*	*291–376*	*316–404*	*342–433*
6	*132–198*	*149–219*	*168–240*	*187–263*	*207–287*	*228–312*	*250–338*	*274–364*	*298–392*	*323–421*	*349–451*
7	*136–209*	*154–230*	*172–253*	*192–276*	*212–301*	*234–326*	*256–353*	*280–380*	*305–408*	*330–438*	*357–468*
8	*140–220*	*158–242*	*177–265*	*197–289*	*218–314*	*240–340*	*263–367*	*287–395*	*311–425*	*337–455*	*364–486*
9	*144–231*	*163–253*	*182–277*	*202–302*	*223–328*	*246–354*	*269–382*	*293–411*	*319–440*	*345–471*	*372–503*
10	*149–241*	*167–265*	*187–289*	*208–314*	*229–341*	*252–368*	*275–397*	*300–426*	*326–456*	*352–488*	*380–520*
11	*153–252*	*172–276*	*192–301*	*213–327*	*235–354*	*258–382*	*282–411*	*307–441*	*333–472*	*360–504*	*388–537*
12	*157–263*	*177–287*	*197–313*	*218–340*	*241–367*	*264–396*	*289–425*	*314–456*	*340–488*	368–520	396–554
13	*162–273*	*181–299*	*202–325*	*224–352*	*247–380*	271–409	295–440	321–471	348–503	376–536	404–571
14	*166–284*	*186–310*	208–336	230–364	253–393	277–423	302–454	328–486	355–519	383–553	413–587
15	**171–294**	191–321	213–348	235–377	259–406	283–437	309–468	335–501	363–534	391–569	421–604
16	175–305	**196–332**	218–360	241–389	265–419	290–450	315–483	342–516	370–550	399–585	429–621
17	180–315	201–343	**223–372**	246–402	271–432	296–464	322–497	350–530	378–565	407–601	437–638
18	184–326	206–354	228–384	**252–414**	277–445	302–478	329–511	357–545	385–581	415–617	446–654
19	189–336	211–365	234–395	258–426	**283–458**	309–491	336–525	364–560	393–596	423–633	454–671
20	193–347	216–376	239–407	263–439	289–471	**315–505**	343–539	371–575	401–611	431–649	463–687
21	198–357	220–388	244–419	269–451	295–484	322–518	**350–553**	378–590	408–627	439–665	471–704
22	202–368	225–399	250–430	275–463	301–497	328–532	356–568	**386–604**	416–642	447–681	480–720
23	207–378	230–410	255–442	280–476	307–510	335–545	363–582	393–619	**424–657**	455–697	488–737
24	211–389	235–421	260–454	286–488	313–523	341–559	370–596	400–634	431–673	**464–712**	497–753
25	216–399	240–432	265–466	292–500	319–536	348–572	377–610	408–648	439–688	472–728	**505–770**
26	220–410	245–443	271–477	298–512	325–549	354–586	384–624	415–663	447–703	480–744	514–786
27	225–420	250–454	276–489	303–525	332–561	361–599	391–638	422–678	455–718	488–760	522–803
28	229–431	255–465	281–501	309–537	338–574	367–613	398–652	430–692	462–734	496–776	531–819
29	234–441	260–476	287–512	315–549	344–587	374–626	405–666	437–707	470–749	504–792	540–835
30	239–451	265–487	292–524	321–561	350–600	380–640	412–680	444–722	478–764	513–807	548–852
31	243–462	270–498	298–535	326–574	356–613	387–653	419–694	452–736	486–779	521–823	557–863
32	248–472	275–509	303–547	332–586	362–626	394–666	426–708	459–751	494–794	529–839	565–885
33	252–483	280–520	308–559	338–598	368–639	400–680	433–722	467–765	501–810	537–855	574–901
34	257–493	285–531	314–570	344–610	375–651	407–693	440–736	474–780	509–825	545–871	583–917
35	261–504	290–542	319–582	349–623	381–664	413–707	447–750	481–795	517–840	554–886	591–934
36	266–514	295–553	324–594	355–635	387–677	420–720	454–764	489–809	525–855	562–902	600–950
37	270–525	300–564	330–605	361–647	393–690	426–734	461–778	496–824	533–870	570–918	608–967
38	275–535	305–575	335–617	367–659	399–703	433–747	468–792	504–838	540–886	578–934	617–983
39	280–545	310–586	340–629	372–672	406–715	440–760	475–806	511–853	548–901	587–949	626–999
40	284–556	314–598	346–640	378–684	412–728	446–774	482–820	518–868	556–916	595–965	634–1016
41	289–566	319–609	351–652	384–696	418–741	453–787	489–834	526–882	564–931	603–981	643–1032
42	293–577	324–620	357–663	390–708	424–754	459–801	496–848	533–897	572–946	611–997	652–1048
43	298–587	329–631	362–675	396–720	430–767	466–814	503–862	541–911	580–961	620–1012	660–1065
44	303–597	334–642	367–687	401–733	437–779	473–827	510–876	548–926	587–977	628–1028	669–1081
45	307–608	339–653	373–698	407–745	443–792	479–841	517–890	556–940	595–992	636–1044	678–1097
46	312–618	344–664	378–710	413–757	449–805	486–854	524–904	563–955	603–1007	644–1060	687–1113
47	316–629	349–675	384–721	419–769	455–818	493–867	531–918	570–970	611–1022	653–1075	695–1130
48	321–639	354–686	389–733	425–781	461–831	499–881	538–932	578–984	619–1037	661–1091	704–1146
49	325–650	359–697	394–745	430–794	468–843	506–894	545–946	585–999	627–1052	669–1107	713–1162
50	330–660	364–708	400–756	436–806	474–856	512–908	552–960	593–1013	635–1067	677–1123	721–1179

VII: A Wilcoxon-próba táblázata

	Valószínűségek				
n	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
4	0 – 10	—	—	—	—
5	2 – 13	0 – 15	—	—	—
6	3 – 18	2 – 19	0 – 21	—	—
7	5 – 23	3 – 25	2 – 26	0 – 28	—
8	8 – 28	5 – 31	3 – 33	1 – 35	0 – 36
9	10 – 35	8 – 37	5 – 40	3 – 42	1 – 44
10	14 – 41	10 – 45	8 – 47	5 – 50	3 – 52
11	17 – 49	13 – 53	10 – 56	7 – 59	5 – 61
12	21 – 57	17 – 61	13 – 65	9 – 69	7 – 71
13	26 – 65	21 – 70	17 – 74	12 – 79	9 – 82
14	31 – 74	25 – 80	21 – 84	15 – 90	12 – 93
15	36 – 84	30 – 90	25 – 95	19–101	15–105
16	42 – 94	35–101	29–107	23–113	19–117
17	48–105	41–112	34–119	28–125	23–130
18	55–116	47–124	40–131	32–139	27–144
19	62–128	53–137	46–144	37–153	32–158
20	69–141	60–150	52–158	43–167	37–173
21	77–154	67–164	58–173	49–182	42–189
22	86–167	75–178	66–187	55–198	48–205
23	95–181	83–193	73–203	62–214	54–222
24	104–196	91–209	81–219	69–231	61–239
25	114–211	100–225	89–236	76–249	68–257

A vonás (—) azt jelenti, hogy a fejlécben álló valószínűségnek megfelelő terület nem vágható le az eloszlásból.

VIII. Az előjelpróba táblázata

(Az előjelek elméleti eloszlásához tartozó valószínűségek.)

Kétoldali valószínűségek

n	**0,20**	**0,10**	**0,05**	**0,02**	**0,01**
6	0	0	0	—	—
7	1	0	0	0	—
8	1	1	0	0	0
9	2	1	1	0	0
10	2	1	1	0	0
11	2	2	1	1	0
12	3	2	2	1	1
13	3	3	2	1	1
14	4	3	2	2	1
15	4	3	3	2	2
16	4	4	3	2	2
17	5	4	4	3	2
18	5	5	4	3	3
19	6	5	4	4	3
20	6	5	5	4	3
21	7	6	5	4	4
22	7	6	5	5	4
23	7	7	6	5	4
24	8	7	6	5	5
25	8	7	7	6	5
26	9	8	7	6	6
27	9	8	7	7	6
28	10	9	8	7	6
29	10	9	8	7	7
30	10	10	9	8	7
31	11	10	9	8	7
32	11	10	9	8	8
33	12	11	10	9	8
34	12	11	10	9	9
35	13	12	11	10	9
36	13	12	11	10	9
37	14	13	12	10	10
38	14	13	12	11	10
39	15	13	12	11	11
40	15	14	13	12	11
41	15	14	13	12	11
42	16	15	14	13	12
43	16	15	14	13	12
44	17	16	15	13	13
45	17	16	15	14	13
46	18	16	15	14	13
47	18	17	16	15	14
48	19	17	16	15	14
49	19	18	17	15	15
50	19	18	17	16	15

Ha a *kevesebbszer* előforduló előjel *nem nagyobb,* mint a táblázatban található érték, az eredmény *szignifikáns* a fejlécben álló valószínűségi szinten.

IX: A Friedman-próbastatisztika (G) táblázata

	Valószínűségek				
	0,20	0,10	0,05	0,01	0,001
***h* = 3**					
g = 3	4,667	→	6,000	—	—
4	4,5	6,0	6,5	8,0	—
5	3,6	5,2	6,4	8,4	10,0
6	4,00	5,33	7,00	9,00	12,00
7	3,714	5,429	7,143	8,857	12,286
8	4,00	5,25	6,25	9,00	12,25
9	3,556	5,556	6,222	9,556	12,667
10	3,8	5,0	6,2	9,6	12,6
11	3,818	5,091	6,545	9,455	13,273
12	3,500	5,167	6,500	9,500	12,500
13	3,846	4,769	6,615	9,385	12,923
14	3,571	5,143	6,143	9,143	13,286
15	3,600	4,933	6,400	8,933	12,933
***h* = 4**					
g = 2	5,4	→	6,0	—	—
3	5,4	6,6	7,4	9,0	—
4	4,8	6,3	7,8	9,6	11,1
5	5,16	6,36	7,80	9,96	12,60
6	4,8	6,4	7,6	10,2	13,0
7	4,886	6,429	7,800	10,371	13,800
8	4,80	6,30	7,65	10,35	13,95

A nyíl (→) azt jelenti, hogy a *következő* valószínűségnél található az érték (5 és 10% közt nincs küszöbszám).
A vonás (—) azt, hogy akkora terület *nem vágható le* a (lépcsős) eloszlásból.

X: Az egyetértési együttható (*W*) táblázata

A teljes sorok (n=3, n=4 nagy része és n=5 első sora) W pontos eloszlástáblázata alapján, a további sorok Friedman F-eloszlás segítségével készült közelítő táblázatai alapján készültek.

	Valószínűségek				
	0,20	0,10	0,05	0,01	0,001
***n* = 3**					
k = 3	0,7778	→	1	—	—
4	0,5625	0,75	0,8125	1	—
5	0,36	0,52	0,64	0,84	1
6	0,3333	0,4444	0,5833	0,75	1
7	0,2653	0,3878	0,5102	0,6327	0,7347
8	0,25	0,3281	0,3906	0,5625	0,7656
9	0,1975	0,3086	0,3457	0,5309	0,7037
10	0,19	0,25	0,31	0,48	0,63
***n* = 4**					
k = 3	0,6	0,7333	0,8222	0,9556	—
4	0,4	0,525	0,65	0,8	0,925
5	0,344	0,424	0,52	0,664	0,84
6	0,2667	0,3556	0,4222	0,5667	0,7111
7	0,2327	0,3061	0,3714	0,4939	0,6571
8	0,2	0,2625	0,3188	0,4312	0,5812
10			0,2557	0,3507	
***n* = 5**					
k = 3	0,5333	0,6222	0,7111	0,8444	0,9556
4			0,5525	0,6831	
5			0,4490	0,5710	
6			0,3783	0,4892	
8			0,2869	0,3791	
10			0,2312	0,3092	
***n* = 6**					
k = 3			0,6600	0,7793	
4			0,5120	0,6295	
5			0,4168	0,5244	
6			0,3513	0,4483	
8			0,2670	0,3468	
10			0,2152	0,2822	
***n* = 7**					
k = 3			0,6244	0,7367	
4			0,4842	0,5912	
5			0,3947	0,4913	
6			0,3325	0,4192	
8			0,2529	0,3235	
10			0,2038	0,2632	

A nyíl (→) azt jelenti, hogy a *következő* valószínűségnél található az érték (5 és 10% közt nincs küszöbszám).
A vonás (—) azt, hogy akkora terület *nem vágható le* a (lépcsős) eloszlásból.

XI: A Spearman-féle rangkorrelációs együttható (r_S) táblázata

	Valószínűségek				
n	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
4	→	1	—	—	—
5	0,8	0,9	→	1	—
6	0,6571	0,8286	0,8857	0,9429	1
7	0,5714	0,7143	0,7857	0,8929	0,9286
8	0,5238	0,6429	0,7381	0,8333	0,8810
9	0,4833	0,6	0,6833	0,7833	0,8333
10	0,4545	0,5636	0,6485	0,7333	0,7939
11	0,4273	0,5364	0,6182	0,7	0,7545
12	0,4056	0,5035	0,5874	0,6783	0,7343
13	0,3846	0,4835	0,5604	0,6484	0,7033
14	0,3670	0,4637	0,5385	0,6264	0,6791
15	0,3536	0,4464	0,5214	0,6036	0,6571
16	0,3412	0,4294	0,5029	0,5853	0,6353
17	0,3284	0,4142	0,4877	0,5662	0,6176
18	0,3168	0,4014	0,4737	0,5501	0,5996
19	0,3088	0,3912	0,4596	0,5351	0,5842
20	0,2992	0,3805	0,4466	0,5218	0,5699
21	0,2922	0,3701	0,4364	0,5091	0,5558
22	0,2840	0,3608	0,4252	0,4975	0,5438
23	0,2777	0,3528	0,4160	0,4862	0,5316
24	0,2713	0,3443	0,4070	0,4757	0,5209
25	0,2654	0,3369	0,3985	0,4662	0,5108
26	0,2595	0,3306	0,3901	0,4571	0,5009
27	0,2546	0,3242	0,3828	0,4487	0,4921
28	0,2496	0,3180	0,3755	0,4406	0,4833
29	0,2448	0,3118	0,3690	0,4325	0,4749
30	0,2405	0,3063	0,3624	0,4256	0,4670

A nyíl (→) azt jelenti, hogy a következő érték érvényes itt is: nincs közben küszöbszám.

A vonás (—) azt jelenti, hogy a fejlécben álló valószínűségnek megfelelő terület nem vágható le az eloszlásból.

XII: A Kendall-féle rangkorrelációs együttható (τ) táblázata

	Valószínűségek				
n	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
4	→	1	—	—	—
5	→	0,8	→	1	—
6	0,6	0,7333	→	0,8667	1
7	0,5238	0,6190	0,7143	0,8095	0,9048
8	0,4286	0,5714	0,6429	0,7143	0,7857
9	0,3889	0,5	0,5556	0,6667	0,7222
10	0,3778	0,4667	0,5111	0,6	0,6444
11	0,3455	0,4182	0,4909	0,5636	0,6
12	0,3030	0,3939	0,4545	0,5455	0,5758

A nyíl (→) azt jelenti, hogy a következő érték érvényes itt is: nincs közben küszöbszám.

A vonás (—) azt jelenti, hogy a fejlécben áló valószínűségnek megfelelő terület nem vágható le az eloszlásból.

Képletek az **L** és **S** anyagrészek feladatainak megoldásához

$$\sum(x_i-\bar{x})=0 \qquad Q=\sum(x_i-\bar{x})^2 \qquad s=\sqrt{\frac{Q}{n-1}}$$

$$\bar{x}_w=\frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i} \qquad Q=\sum x_i^2-\frac{(\sum x_i)^2}{n} \qquad V=\frac{s}{\bar{x}}100$$

$$\bar{x}_g=\sqrt[n]{x_1x_2x_3\cdots x_n} \qquad s_e^2=\frac{\sum_{j=1}^{k}Q_j}{\sum_{j=1}^{k}(n_j-1)} \qquad s_e^2=\frac{\sum_{j=1}^{k}d_j^2}{2k}$$

$$\bar{x}_h=\frac{n}{\sum\frac{1}{x_i}} \qquad \bar{x}_q=\sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}} \qquad s_{\bar{x}}=\frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$Q_h=\sum(y_i-(a+bx_i))^2 \qquad Q_{xy}=\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y}) \qquad a=\bar{y}-b\bar{x}$$

$$Q_h=Q_y-Q_r \qquad Q_{xy}=\sum x_i y_i-\frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n} \qquad b=\frac{Q_{xy}}{Q_x}$$

$$Q_r=\frac{Q_{xy}^2}{Q_x} \qquad s_{xy}=\frac{Q_{xy}}{n-1} \qquad r=\frac{Q_{xy}}{\sqrt{Q_xQ_y}}$$

$$y=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad t=\frac{\bar{x}-\mu}{s_{\bar{x}}} \qquad t=\frac{\bar{x}}{s_{\bar{x}}}$$

$$z_i=\frac{x_i-\mu}{\sigma} \qquad F=\frac{s_1^2}{s_2^2} \qquad t=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{s_e\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$$

$$\bar{x}-t_p s_{\bar{x}}\le\mu\le\bar{x}+t_p s_{\bar{x}} \qquad \frac{Q}{\chi_f^2}\le\sigma^2\le\frac{Q}{\chi_a^2} \qquad d=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$r_{xy\cdot z}=\frac{r_{xy}-r_{xz}r_{yz}}{\sqrt{(1-r_{xz}^2)(1-r_{yz}^2)}} \qquad t=r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} \qquad F=\frac{s_r^2}{s_h^2}$$

Képletek az **D** anyagrész feladatainak megoldásához

$$P_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$\mu = \sigma^2 = \lambda$$

$$P_k = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$\mu = np \qquad \sigma = \sqrt{np(1-p)}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$P_k = \frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

$$p = \frac{(a+b)!\,(c+d)!\,(a+c)!\,(b+d)!}{N!\;a!\;b!\;c!\;d!}$$

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{k} \frac{(n_j - \nu_j)^2}{\nu_j}$$

$$\chi^2 = \frac{N(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$$\chi^2 = \frac{(c-b)^2}{(c+b)}$$

$$\chi^2 = \frac{N(|ad-bc| - \frac{N}{2})^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$$\chi^2 = \frac{(|c-b|-1)^2}{c+b}$$

$$\varphi = \frac{ad-bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

$$\psi = \frac{ad-bc}{ad+bc}$$

$$N\varphi^2 = \chi^2$$

$$\chi^2 = \sum\sum \frac{(n_{ij} - \nu_{ij})^2}{\nu_{ij}}$$

$$\nu_{ij} = \frac{n_{i\cdot} n_{\cdot j}}{N}$$

$$\chi^2 = N\left(\sum\sum \frac{n_{ij}^2}{n_{i\cdot} n_{\cdot j}} - 1\right)$$

$$\Psi = \frac{E-F}{E+F}$$

$$\Phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{N(\min(g,h)-1)}}$$

Képletek a **V** anyagrész feladatainak megoldásához

$$Q_t = Q_k + Q_b$$

$$Q_t = Q_k + Q_s + Q_e$$

$$Q_t = Q_A + Q_B + Q_I + Q_b$$

$$Q_t = Q_r + Q_g + Q_b$$

$$Q_t = Q_A + Q_B + Q_C + Q_{AB} + Q_{AC} + Q_{BC} + Q_{ABC} + Q_b$$

$$Q_v = Q_g + Q_b$$

$$Q_b = \sum Q_j$$

$$Q_k = \sum n_j (\bar{x}_j - \bar{\bar{x}})^2$$

$$Q_b = \sum\sum x_{ij}^2 - \sum \frac{T_j^2}{n_j}$$

$$Q_k = \sum \frac{T_j^2}{n_j} - \frac{\left(\sum\sum x_{ij}\right)^2}{N}$$

$$Q_g = \sum_j n_j (\bar{y}_j - Y_j)^2$$

$$Q_r = \sum_j n_j (Y_j - \bar{\bar{y}})^2$$

$$Q_g = Q_y (e^2 - r^2)$$

$$Q_r = \frac{\left(\sum x_j T_j - (\sum n_j x_j)(\sum T_j)/N\right)^2}{\sum n_j x_j^2 - (\sum n_j x_j)^2 / N}$$

$$Q_s = \sum_i h(\bar{x}_i' - \bar{\bar{x}})^2$$

$$Q_e = \sum\sum (x_{ij} - \bar{x}_i' - \bar{x}_j + \bar{\bar{x}})^2$$

$$Q_s = \sum_i \frac{T_i'^2}{h} - \frac{\left(\sum\sum x_{ij}\right)^2}{N}$$

$$Q_e = \sum\sum x_{ij}^2 - \sum_i \frac{T_i'^2}{h} - \sum_j \frac{T_j^2}{g} + \frac{\left(\sum\sum x_{ij}\right)^2}{N}$$

$$L = \sum c_j \bar{x}_j \quad (\sum c_j = 0)$$

$$L - Ks_L \le \Lambda \le L + Ks_L$$

$$s_L^2 = s_b^2 \sum \frac{c_j^2}{n_j}$$

$$K^2 = (h-1)F_p$$

$$e = \sqrt{\frac{Q_k}{Q_t}}$$

$$F = \frac{s_k^2}{s_b^2}$$

$$F = \frac{s_k^2}{s_e^2}$$

$$F = \frac{s_g^2}{s_b^2}$$

$$F = \frac{s_r^2}{s_v^2}$$

$$F = \frac{s_s^2}{s_e^2}$$

$$B = f_b \ln s_b^2 - \sum f_j \ln s_j^2$$

$$C = 1 + \frac{\sum \frac{1}{f_j} - \frac{1}{f_b}}{3(h-1)}$$

Képletek az **R** anyagrész feladatainak megoldásához

$$\mu_j = \frac{n_j(N+1)}{2}$$

$$\sigma_R^2 = \frac{n_1 n_2 (N+1)}{12}$$

$$E_i = e_i^3 - e_i$$

$$\sigma_R^2 = \frac{n_1 n_2 (N^3 - N - \sum E_i)}{12N(N-1)}$$

$$\mu_+ = \frac{n(n+1)}{4}$$

$$\sigma_+^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$$

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_j \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N+1)$$

$$H_E = \frac{H}{1 - \frac{\sum E_i}{N^3 - N}}$$

$$G = \frac{12}{gh(h+1)} \sum_j R_j^2 - 3g(h+1)$$

$$\tau = \frac{E-F}{E+F}$$

$$r_S = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n^3 - n}$$

$$\tau = 1 - \frac{4F}{n(n-1)}$$

$$\sigma_\tau^2 = \frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}$$

$$W = \frac{12Q_R}{h^2(n^3 - n)}$$

$$h(n-1)W = \chi^2$$